Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Introdução à Álgebra Linear

1^a **Prova**, João Pessoa, 14 de novembro de 2013

Profs.: Fernando A. Xavier - Pedro A. Hinojosa

Nome: ____ Matrícula: ____________________

Questão 1 (3 pts.) *Determine se os seguintes conjuntos são subespaços de $\mathbb{E}$. Justifique sua resposta.*

(a) $W_1 := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = z^2\}, \quad \mathbb{E} = \mathbb{R}^3;$

(b) $W_2 := \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M(2) : a+b+c+d = 0\}, \quad \mathbb{E} = M(2);$

(c) $W_3 := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 3x - y + 2z = 0\}, \quad \mathbb{E} = \mathbb{R}^3.$

Questão 2 (5 pts.) *Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^4$,*

$$V := \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x+y=0,\ z=t\} \quad e \quad W := \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x-y-z+t=0\}.$$

(a) *Encontre bases para V e W. Determine dim(V) e dim(W);*

(b) *Determine $V \cap W$ e $V + W$;*

(c) *Encontre bases para $V \cap W$ e $V + W$. Determine dim($V \cap W$) e dim($V + W$);*

(d) *$\mathbb{R}^4 = V \oplus W$? Justifique;*

(e) *Encontre um subespaço F de $\mathbb{R}^4$ tal que $V \oplus F = \mathbb{R}^4$.*

Questão 3 (2 pts.) *Sejam $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ e $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2, w_3\}$ duas bases de $\mathbb{R}^3$. Suponha que:*

$$\begin{aligned} w_1 &= v_1 - v_2 - v_3 \\ w_2 &= 2v_2 + 3v_3 \\ w_3 &= 3v_1 + v_3. \end{aligned}$$

(a) *Determine as matrizes de mudança de base, $[I]_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}$ e $[I]_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}$;*

(b) *Se $[v]_{\mathcal{B}_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Quais são as coordenadas de v na base $\mathcal{B}_2$.*

Boa Prova.