UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios N^o 1. Introdução à Álgebra Linear

Professor: Pedro A. Hinojosa

Questão 1 *Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $\mathbb{R}^2$:*

(a) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = y^3\}$;

(b) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y = 0\}$;

(c) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y = 1\}$.

Questão 2 *Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $\mathbb{R}^3$:*

(a) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^3 = z^3\}$;

(b) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - z = 0\}$;

(c) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - z = 1\}$.

Questão 3 *Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $M(3 \times 3, \mathbb{R})$:*

(a) $W = \{A \in M(3 \times 3, \mathbb{R}) : A^2 = A\}$;

(b) $W = \{A \in M(3 \times 3, \mathbb{R}) : A \text{ } A \textit{ é invertível}\}$;

(c) $W = \{A \in M(3 \times 3, \mathbb{R}) : A^t = A\}$.

Questão 4 *Em $\mathbb{R}^3$ encontre três vetores, u, v e w tais que: nenhum deles é múltiplo de outro, nenhuma das coordenadas é igual a zero e span$\{u, v, w\} \neq \mathbb{R}^3$.*

Questão 5 *Seja F o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores $u = (1, 1, 1)$ e $v = (1, -1, 2)$. Encontre números reais $a, b, c \in \mathbb{R}$ tais que: $w = (x, y, z) \in F$ se, e somente se, $ax + by + cz = 0$.*

Questão 6 *Escreva, se possível, a matriz $D = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$ como combinação linear das matrizes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.*

Questão 7 *Sejam $\mathbb{E}$ um espaço vetorial e $X \subseteq \mathbb{E}$ um subconjunto de $\mathbb{E}$. Prove que o espaço gerado pelo conjunto X é a interseção de todos os subespaços de $\mathbb{E}$ que contém o conjunto X.*

Questão 8 *Sejam v_1, v_2 e v_3 os vetores-linha e w_1, w_2 e w_3 os vetores-coluna da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Verifique as relações $v_3 = 2v_2 - v_1$, $w_3 = 2w_2 - w_1$. Escreva w_1 e w_2 como combinações lineares de v_1 e v_2 e vice-versa. Conclua que os vetores-linha e os vetores-coluna da matriz dada geram o mesmo subespaço de $\mathbb{R}^3$.*