



**Universidade Federal da Paraíba**  
**CCEN - Departamento de matemática**  
**<http://www.mat.ufpb.br>**

**Lista de Exercícios N° 3 : Introdução à Álgebra Linear**

Prof.: Pedro A. Hinojosa

**1** Determine, em cada caso,  $V \cap W$  e  $V + W$  :

(a)  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y\}$ ,  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = z\}$ ;

(b)  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y - z = 0\}$ ,  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$ ;

(c)  $V = \{(x, y, x - 3y) \in \mathbb{R}^3 : x, y \in \mathbb{R}\}$ ,  $W = \{(x, 0, 2x) \in \mathbb{R}^3 : x \in \mathbb{R}\}$ .

**2** Expresse os polinômios  $p(x) = 2 + 5x$  e  $q(x) = 3 + 3x + 5x^2$  como combinação linear dos polinômios  $p_1(x) = 3 + x + 4x^2$ ,  $p_2(x) = -x + 2x^2$  e  $p_3(x) = 3 + 3x + 5x^2$ .

**3** Encontre um conjunto de geradores para cada espaço abaixo:

(a)  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\}$ ;

(b)  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, x + t = 0\}$ ;

(c)  $V = \{p(x) = a + bx + cx^2 \in P(2) : a - c = 2b\}$ .

**4** Quais dos seguintes subconjuntos de  $\mathbb{R}^4$  são linearmente independentes?

(a)  $\{(2, 0, 1, 2), (0, 2, 0, 1), (1, 1, 1, 1)\}$ ;

(b)  $\{(1, 0, -1, 2), (0, 2, 3, 1), (0, 1, 1, 0), (-2, 1, 2, 1)\}$ ;

(c)  $\{(3, 8, 7, 3), (1, 2, 1, 3), (1, 4, 0, -1)\}$ ;

**5** Seja  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  um conjunto que gera um espaço vetorial  $\mathbb{E}$ . Suponha que o vetor  $v_4$  se escreve como combinação linear dos vetores  $v_1, v_2$  e  $v_3$ . Mostre que o conjunto  $\{v_1, v_2, v_3\}$  ainda gera o espaço  $\mathbb{E}$ .

**6** Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  um conjunto linearmente independente de vetores num espaço vetorial  $\mathbb{E}$ . Se  $v_4$  é um vetor em  $\mathbb{E}$  que não pertence ao espaço  $[v_1, v_2, v_3]$ , mostre que  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  ainda é um conjunto L.I.

**7** Determine a dimensão do espaço vetorial de todos os polinômios  $p$  de grau  $\leq 4$  tais que  $p(1) = 0$ .

**8** O espaço vetorial de todos os polinômios de grau  $\leq 4$  pode ter uma base formada por 5 polinômios de grau 4? Justifique.

**9** Determine uma base e a dimensão do espaço das matrizes  $3 \times 3$  que são triangulares superiores.