Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 2 : Introdução à Álgebra Linear

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Determine, em cada caso,* $V \cap W$ *e* $V + W$:

(a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y\}$, $\quad W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = z\}$;

(b) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y - z = 0\}$, $\quad W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$;

(c) $V = \{(x, y, x - 3y) \in \mathbb{R}^3 : x, y \in \mathbb{R}\}$, $\quad W = \{(x, 0, 2x) \in \mathbb{R}^3 : x \in \mathbb{R}\}$.

2 *Expresse os polinômios* $p(x) = 2 + 5x$ *e* $q(x) = 3 + 3x + 5x^2$ *como combinação linear dos polinômios* $p_1(x) = 3 + x + 4x^2$, $p_2(x) = -x + 2x^2$ *e* $p_3(x) = 3 + 3x + 5x^2$.

3 *Encontre um conjunto de geradores para cada espaço abaixo:*

(a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\}$;

(b) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0,\ x + t = 0\}$;

(c) $V = \{p(x) = a + bx + cx^2 \in P(2) : a - c = 2b\}$.

4 *Quais dos seguintes subconjuntos de* $\mathbb{R}^4$ *são linearmente independentes?*

(a) $\{(2, , 0, 1, 2),\ (0, 2, 0, 1),\ (1, 1, 1, 1)\}$;

(b) $\{(1, 0, -1, 2),\ (0, 2, 3, 1),\ (0, 1, 1, 0),\ (-2, 1, 2, 1)\}$;

(c) $\{(3, 8, 7, 3),\ (1, 2, 1, 3), (1, 4, 0, -1)\}$;

5 *Seja* $\{v_1,\ v_2,\ v_3,\ v_4\}$ *um conjunto que gera um espaço vetorial* $\mathbb{E}$. *Suponha que o vetor* v_4 *se escreve como combinação linhear dos vetores* v_1, v_2 *e* v_3. *Mostre que o conjunto* $\{v_1,\ v_2\, v_3\}$ *ainda gera o espaço* $\mathbb{E}$.

6 *Seja* $\{v_1,\ v_2,\ v_3\}$ *um conjunto linearmente independente de vetores num espaço vetorial* $\mathbb{E}$. *Se* v_4 *é um vetor em* $\mathbb{E}$ *que não pertence ao espaço* $[v_1,\ v_2,\ v_3]$, *mostre que* $\{v_1,\ v_2,\ v_3,\ v_4\}$ *ainda é um conjunto L.I.*

7 *Determine a dimensão do espaço vetorial de todos os polinômios* p *de grau* ≤ 4 *tais que* $p(1) = 0$.

8 *O espaço vetorial de todos os polinômios de grau* ≤ 4 *pode ter uma base formada por 5 polinômios de grau 4? Justifique.*

9 *Determine uma base e a dimensão do espaço das matrizes* 3×3 *que são triangulares superiores.*