Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

1^a Prova: Introdução à Álgebra Linear

João Pessoa, 12 de setembro de 2017

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: ______________________________________Matrícula: ____________________

1 (3 pts.) *Seja* $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$

(a) Mostre que W *é um subespaço de* $\mathbb{R}^3$;

(b) Determine uma base e a dimensão de W;

(c) Encontre um subespaço $V \subset \mathbb{R}^3$ *tal que* $\mathbb{R}^3 = V \oplus W$.

2 (2 pts.) *Sejam* $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ *e* $\mathcal{B}_2 = \{w_1, w_2, w_3\}$ *duas bases ordenadas de* $\mathbb{R}^3$ *tais que:*

$$\begin{array}{rcl} w_1 & = & v_1 - v_2 \\ w_2 & = & 2v_1 - v_2 + v_3 \\ w_3 & = & v_1 - 2v_2 + v_3 \end{array}$$

(a) Determine as matrizes de mudança de base, $[I]_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}$ *e* $[I]_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}$;

(b) Se $[v]_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, *determine* $[v]_{\mathcal{B}_1}$.

3 (2 pts.) *Considere a transformação linear*

$$T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3,\ T(x, y, z, w) = (x - 2w, y - 3w, z - 4w).$$

(a) Determine o núcleo e a imagem de T;

(b) Determine a matriz de T, $[T]$, *nas bases canônicas dos espaços* $\mathbb{R}^4$ *e* $\mathbb{R}^3$ *respectivamente.*

4 (2 pts.) *Mostre, justificando cada afirmação, que a aplicação linear*

$$T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ T(x, y, z) = (x + y + z, x - y, x - z)$$

é um isomorfismo.

5 (1 pts.) *Se* $T : \mathbb{E} \to \mathbb{F}$ *e uma aplicação linear entre os espaços vetoriais* E *de dimensão 6 e* $\mathbb{F}$ *de dimensão 4.* T *pode ser uma aplicação injetiva? Justifique.*

Boa Prova.