Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 6 : Introdução à Álgebra Linear

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Determine uma aplicação linear* $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ *tal que* $ker(T) = span\{(1,1,0,0),\ (0,0,1,1)\}$.

2 *Determine uma aplicação linear* $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ *tal que* $ker(T) = span\{(1,1,0,0),\ (0,0,1,1)\}$ *e* $Im(T) = span\{(1,1,0,0),\ (0,0,1,1)\}$.

3 *Determine uma aplicação linear* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *tal que* $dim\,(ker(T)) = 1$.

4 *Determine uma aplicação linear* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ *tal que* $Im(T) = span\{(1,1,2,1),\ (2,1,0,1)\}$ *e* $(1,0,1) \in ker(T)$

5 *Verifique se os operadores lineares* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *abaixo são isomorfismos, em caso afirmativo encontre o isomorfismo inverso.*

(a) $T(x,y,z) = (x+y+z, x-z, x+y)$;

(b) $T(x,y,z) = (y+z, x+z, x+y)$;

(c) $T(x,y,z) = (x+y, x-y, x+y+z)$.

6 *Sejam* $\mathbb{E}$ *o espaço das matrizes* 2×2 *com coeficientes reais,* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{E}$ *e* $T : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, *definida por* $T(X) = AX - XA$. *Prove que* T *é linear e encontre* $ker(T)$ *e* $Im(T)$.

7 *Seja* $\mathcal{B} = \{(1,1),\ (1,-1)\} \subset \mathbb{R}^2$ *e seja* $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *tal que* $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. *Encontre* $[T]_{\mathcal{C}}$, *onde* $\mathcal{C}$ *é a base canônica de* $\mathbb{R}^2$.

8 *Sejam* $\mathbb{E}$ *um espaço vetorial (real) e* $\mathcal{B} = \{v_1,\ v_2,\ v_3\}$ *uma base de* $\mathbb{E}$. *Se* $T,\ S : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ *são operadores lineares em* $\mathbb{E}$ *tais que:*

$$\begin{array}{rcl} T(v_1) & = & 2v_1 - 3v_2 + v_3 \\ T(v_2) & = & v_1 + v_2 \\ T(v_3) & = & v_2 + v_3 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} S(v_1) & = & 3v_1 + 2v_2 \\ S(v_2) & = & v_1 - v_2 - v_3 \\ S(v_3) & = & v_1 + v_2 - 2v_3 \end{array}$$

Determine as seguintes matrizes: $[T]_B,\ [S]_B,\ [S \circ T]_B,\ [T \circ S]_B$ *e* $[T^3 - S^2]_B$.