



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios N° 3 : Introdução à Álgebra Linear

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Determine, em cada caso, $V \cap W$ e $V + W$:

(a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y\}$, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = z\}$;

(b) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y - z = 0\}$, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$;

(c) $V = \{(x, y, x - 3y) \in \mathbb{R}^3 : x, y \in \mathbb{R}\}$, $W = \{(x, 0, 2x) \in \mathbb{R}^3 : x \in \mathbb{R}\}$.

2 Expresse os polinômios $p(x) = 2 + 5x$ e $q(x) = 3 + 3x + 5x^2$ como combinação linear dos polinômios $p_1(x) = 3 + x + 4x^2$, $p_2(x) = -x + 2x^2$ e $p_3(x) = 3 + 3x + 5x^2$.

3 Encontre um conjunto de geradores para cada espaço abaixo:

(a) $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\}$;

(b) $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, x + t = 0\}$;

(c) $V = \{p(x) = a + bx + cx^2 \in P(2) : a - c = 2b\}$.

4 Quais dos seguintes subconjuntos de $\mathbb{R}^4$ são linearmente independentes?

(a) $\{(2, 0, 1, 2), (0, 2, 0, 1), (1, 1, 1, 1)\}$;

(b) $\{(1, 0, -1, 2), (0, 2, 3, 1), (0, 1, 1, 0), (-2, 1, 2, 1)\}$;

(c) $\{(3, 8, 7, 3), (1, 2, 1, 3), (1, 4, 0, -1)\}$;

5 Seja $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ um conjunto que gera um espaço vetorial $\mathbb{E}$. Suponha que o vetor v_4 se escreve como combinação linear dos vetores v_1, v_2 e v_3 . Mostre que o conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ ainda gera o espaço $\mathbb{E}$.

6 Seja $\{v_1, v_2, v_3\}$ um conjunto linearmente independente de vetores num espaço vetorial $\mathbb{E}$. Se v_4 é um vetor em $\mathbb{E}$ que não pertence ao espaço $[v_1, v_2, v_3]$, mostre que $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ainda é um conjunto L.I.

7 Determine a dimensão do espaço vetorial de todos os polinômios p de grau ≤ 4 tais que $p(1) = 0$.

8 O espaço vetorial de todos os polinômios de grau ≤ 4 pode ter uma base formada por 5 polinômios de grau 4? Justifique.

9 Determine uma base e a dimensão do espaço das matrizes 3×3 que são triangulares superiores.