



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de Matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios Nº 1 : Introdução à Álgebra Linear

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $\mathbb{R}^2$:

(a) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = y^3\}$;

(b) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y = 0\}$;

(c) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y = 1\}$.

2 Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $\mathbb{R}^3$:

(a) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$;

(b) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y - z = 0\}$;

(c) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + 3y = 0 \text{ e } x - 3z = 0\}$.

3 Seja $\mathcal{M}$ o espaço das matrizes reais quadradas $n \times n$. Verifique, em cada caso, se o conjunto W dado é um subespaço de $\mathcal{M}$:

(a) $W = \{A \in \mathcal{M} : A^2 = A\}$;

(b) $W = \{A \in \mathcal{M} : A \text{ é invertível}\}$;

(c) $W = \{A \in \mathcal{M} : A^t = A\}$.

4 Em $\mathbb{R}^3$ encontre três vetores, u, v e w tais que: nenhum deles é múltiplo de outro, nenhuma das coordenadas é igual a zero e $\text{span}\{u, v, w\} \neq \mathbb{R}^3$.

5 Seja F o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores $u = (1, 1, 1)$ e $v = (1, -1, 2)$. Encontre números reais $a, b, c \in \mathbb{R}$ tais que: $w = (x, y, z) \in F$ se, e somente se, $ax + by + cz = 0$.

6 Escreva, se possível, a matriz $D = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$ como combinação linear das matrizes:
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

7 Sejam v_1, v_2 e v_3 os vetores-linha e w_1, w_2 e w_3 os vetores-coluna da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

Verifique as relações $v_3 = 2v_2 - v_1$, $w_3 = 2w_2 - w_1$. Escreva w_1 e w_2 como combinações lineares de v_1 e v_2 e vice-versa. Conclua que os vetores-linha e os vetores-coluna da matriz dada geram o mesmo subespaço de $\mathbb{R}^3$.

8 Encontre uma matriz real 3×3 cujos vetores-linha geram um subespaço de $\mathbb{R}^3$ diferente daquele gerado pelos vetores-coluna.