

**UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**  
**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I**  
**1<sup>a</sup> LISTA DE EXERCÍCIOS - PERÍODO 2005.1**

**1.** Classifique cada uma das afirmações abaixo como *verdadeira* ou *falsa*, justificando sua resposta.

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| a) Se $x < 2$ , então $x^2 < 4$ .        | b) Se $x^2 < 4$ , então $x < 2$ .  |
| c) $x < 2$ se, e somente se, $x^2 < 4$ . | d) Se $x < 2$ , então $x \leq 3$ . |
| e) Se $x = 3$ , então $x \leq 3$ .       | f) Se $ x  > 2$ , então $x > 2$ .  |

**2.** Estude o sinal de cada uma das expressões abaixo.

- |                      |                    |                       |
|----------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $\frac{x-1}{x-2}$ | b) $(2x+1)(x-2)$   | c) $\frac{2-3x}{x+2}$ |
| d) $x(x-1)(2x+3)$    | e) $(2x-1)(x^2+1)$ | f) $x(x^2+3)$         |

Nos exercícios **3.**, **4.** e **5.**, resolva as desigualdades indicadas.

**3.**

- |                            |                       |                              |                            |
|----------------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------------|
| a) $\frac{2x-1}{x+1} < 0$  | b) $(2x-1)(x+3) < 0$  | c) $\frac{3x-2}{2-x} \leq 0$ | d) $\frac{2x-1}{x-3} > 5$  |
| e) $\frac{x}{2x-3} \leq 3$ | f) $x(2x-1)(x+1) > 0$ | g) $(4x+7)^{20}(2x+8) < 0$   | h) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$ |

**4.**

- |  |                              |   |                   |
|--|------------------------------|---|-------------------|
| a) $x^2 - 4 > 0$                             | b) $x^2 - 1 \leq 0$          | c) $x^2 \leq 4$                                 | d) $x^2 > 1$      |
| e) $\frac{x^2-9}{x+1} < 0$                   | f) $\frac{x^2-4}{x^2+4} > 0$ | g) $(2x-1)(x^2-4) \leq 0$                       | h) $3x^2 \geq 48$ |
| i) $x^2 < r^2$ , onde $r > 0$ é um real dado |                              | j) $x^2 \geq r^2$ , onde $r > 0$ é um real dado |                   |

**5.**

- |                             |                                    |                                     |  |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|--|
| a) $x^2 - 3x + 2 < 0$       | b) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$           | c) $3x^2 + x - 2 > 0$               |  |
| d) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$   | e) $x^2 + 3 > 0$                   | f) $x^2 + x + 1 > 0$                |  |
| g) $x^2 + x + 1 \leq 0$     | h) $x^2 + 5 \leq 0$                | i) $(x-2)(x+3)(1-x) > 0$            |  |
| j) $x^2 + 1 < 3x - x^2 - 3$ | k) $\frac{3x(x+4)^2}{(x-2)^2} < 0$ | l) $(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2) \leq 0$ |  |

**6.** Resolva as equações.

- |                         |                         |                          |  |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--|
| a) $ x  = 2$            | b) $ x+1  = 3$          | c) $ 2x-1  = 1$          | d) $ x-2  = -1$                        |
| e) $ 2x+3  = 0$         | f) $ x  = 2x+1$         | g) $ 1-2x  =  1-3(x+2) $ | h) $\left  \frac{x}{1-5x} \right  = 4$ |
| i) $\sqrt{(x-1)^2} = 5$ | j) $\sqrt{(2-x)^2} = 4$ | k) $\sqrt{(x-4)^2} = -1$ | l) $x = \sqrt{(-4)^2}$                 |

**7.** Dê o conjunto solução de cada uma das inequações modulares abaixo.

- |                        |                           |                     |
|------------------------|---------------------------|---------------------|
| a) $ x  \leq 1$        | b) $ 2x-1  < 3$           | c) $ 3x-1  < -2$    |
| d) $ 3x+3  \leq 1/3$   | e) $ 2x^2 - 1  < 1$       | f) $ x  > 3$        |
| g) $ x+3  \geq 1$      | h) $ 2x-1  < x$           | i) $ x+1  <  2x-1 $ |
| j) $ x-2  -  x-5  > x$ | k) $ x-1  +  x+3  <  4x $ |                     |

**8.** Duas desigualdades são ditas *equivalentes*, se possuem o mesmo conjunto de soluções.

Com base nesta definição, classifique as duplas de desigualdades apresentadas abaixo.

a)  $\sqrt{x-1} < \sqrt{2-x}$  e  $x-2 < 1-x$

b)  $x^2 > 1$  e  $1 + \frac{2}{x-1} > 0$

9. Resolva os sistemas de inequações: a)  $\begin{cases} 8x-2 < x-1 \\ 2x^2-x \leq 1 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} 4x^2-4x-3 \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} \geq 1 \end{cases}$

10. Para cada uma das funções abaixo, dê o domínio de definição e esboce o gráfico.

a)  $f(x) = 3x$

b)  $g(x) = -x$

c)  $h(x) = -x + 1$

d)  $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

e)  $g(x) = -\frac{1}{2}x$

f)  $h(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

g)  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq -1 \\ -x + 1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

h)  $g(x) = |x-1|$

i)  $h(x) = |x+2|$

j)  $f(x) = |x+2| + 1$

k)  $g(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

l)  $h(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$

m)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$

n)  $g(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$

o)  $h(x) = \frac{|2x+1|}{2x+1}$

11. Se  $f(x) = |x-1| + |x-2|$ , mostre que  $f(x) = \begin{cases} -2x+3 & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x < 2 \\ 2x-3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$  e esboce o gráfico de  $f$ .

12. Determine o domínio das funções indicadas abaixo.

a)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b)  $y = \frac{x}{x^2-1}$

c)  $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

d)  $y = \frac{x}{x+2}$

e)  $h(x) = \sqrt{x+2}$

f)  $q(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$

g)  $r(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

h)  $y = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$

i)  $g(x) = \sqrt[3]{x^2-x}$

j)  $y = \sqrt{x(2-3x)}$

k)  $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{1-3x}}$

l)  $y = \sqrt[6]{\frac{x-3}{x+2}}$

m)  $s = \sqrt{t^2-1}$

n)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$

o)  $y = \sqrt{4-x^2}$

p)  $y = \sqrt{5-2x^2}$

q)  $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$

r)  $y = \sqrt{1-\sqrt{x}}$

s)  $y = \sqrt{x} - \sqrt{5-2x}$

t)  $y = \sqrt{x-\sqrt{x}}$

13. Utilizando o procedimento indicado no *Exercício 11*, esboce o gráfico das funções definidas abaixo.

a)  $f(x) = |x| - 1$

b)  $g(x) = ||x| - 1|$

c)  $h(x) = |x+1| - |x|$

d)  $y = |x^2 - 1|$

14. Mostre que

a) para todo  $x > 0$ ,  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ;

b) não existem  $x$  e  $y$  reais, tais que  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$ .

15. Uma pequena indústria fabrica termômetros e estima que o lucro semanal, em reais, pela fabricação e venda de  $x$  unidades/semana é de  $R(x) = -0,001x^2 + 8x - 5000$ . Qual o lucro da empresa em uma semana que foram fabricados 1.000 termômetros?