

UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
1ª LISTA DE EXERCÍCIOS - PERÍODO 2005.1

1. Classifique cada uma das afirmações abaixo como *verdadeira* ou *falsa*, justificando sua resposta.

- a) Se $x < 2$, então $x^2 < 4$.
 b) Se $x^2 < 4$, então $x < 2$.
 c) $x < 2$ se, e somente se, $x^2 < 4$.
 d) Se $x < 2$, então $x \leq 3$.
 e) Se $x = 3$, então $x \leq 3$.
 f) Se $|x| > 2$, então $x > 2$.

2. Estude o sinal de cada uma das expressões abaixo.

- a) $\frac{x-1}{x-2}$
 b) $(2x+1)(x-2)$
 c) $\frac{2-3x}{x+2}$
 d) $x(x-1)(2x+3)$
 e) $(2x-1)(x^2+1)$
 f) $x(x^2+3)$

Nos exercícios 3., 4. e 5., resolva as desigualdades indicadas.

3.
 a) $\frac{2x-1}{x+1} < 0$
 b) $(2x-1)(x+3) < 0$
 c) $\frac{3x-2}{2-x} \leq 0$
 d) $\frac{2x-1}{x-3} > 5$
 e) $\frac{x}{2x-3} \leq 3$
 f) $x(2x-1)(x+1) > 0$
 g) $(4x+7)^{20}(2x+8) < 0$
 h) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$

4.
 a) $x^2 - 4 > 0$
 b) $x^2 - 1 \leq 0$
 c) $x^2 \leq 4$
 d) $x^2 > 1$
 e) $\frac{x^2-9}{x+1} < 0$
 f) $\frac{x^2-4}{x^2+4} > 0$
 g) $(2x-1)(x^2-4) \leq 0$
 h) $3x^2 \geq 48$
 i) $x^2 < r^2$, onde $r > 0$ é um real dado
 j) $x^2 \geq r^2$, onde $r > 0$ é um real dado

5.
 a) $x^2 - 3x + 2 < 0$
 b) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$
 c) $3x^2 + x - 2 > 0$
 d) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$
 e) $x^2 + 3 > 0$
 f) $x^2 + x + 1 > 0$
 g) $x^2 + x + 1 \leq 0$
 h) $x^2 + 5 \leq 0$
 i) $(x-2)(x+3)(1-x) > 0$
 j) $x^2 + 1 < 3x - x^2 - 3$
 k) $\frac{3x(x+4)^2}{(x-2)^2} < 0$
 l) $(x^2-4)(x^2-3x+2) \leq 0$

6. Resolva as equações.

- a) $|x| = 2$
 b) $|x+1| = 3$
 c) $|2x-1| = 1$
 d) $|x-2| = -1$
 e) $|2x+3| = 0$
 f) $|x| = 2x+1$
 g) $|1-2x| = |1-3(x+2)|$
 h) $\left| \frac{x}{1-5x} \right| = 4$
 i) $\sqrt{(x-1)^2} = 5$
 j) $\sqrt{(2-x)^2} = 4$
 k) $\sqrt{(x-4)^2} = -1$
 l) $x = \sqrt{(-4)^2}$

7. Dê o conjunto solução de cada uma das inequações modulares abaixo.

- a) $|x| \leq 1$
 b) $|2x-1| < 3$
 c) $|3x-1| < -2$
 d) $|3x+3| \leq 1/3$
 e) $|2x^2-1| < 1$
 f) $|x| > 3$
 g) $|x+3| \geq 1$
 h) $|2x-1| < x$
 i) $|x+1| < |2x-1|$
 j) $|x-2| - |x-5| > x$
 k) $|x-1| + |x+3| < |4x|$

8. Duas desigualdades são ditas *equivalentes*, se possuem o mesmo conjunto de soluções.

Com base nesta definição, classifique as duplas de desigualdades apresentadas abaixo.

$$a) \sqrt{x-1} < \sqrt{2-x} \text{ e } x-2 < 1-x$$

$$b) x^2 > 1 \text{ e } 1 + \frac{2}{x-1} > 0$$

$$9. \text{ Resolva os sistemas de inequações: } a) \begin{cases} 8x-2 < x-1 \\ 2x^2-x \leq 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 4x^2-4x-3 \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} \geq 1 \end{cases}$$

10. Para cada uma das funções abaixo, dê o domínio de definição e esboce o gráfico.

$$a) f(x) = 3x$$

$$b) g(x) = -x$$

$$c) h(x) = -x + 1$$

$$d) f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$e) g(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$f) h(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

$$g) f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq -1 \\ -x+1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

$$h) g(x) = |x-1|$$

$$i) h(x) = |x+2|$$

$$j) f(x) = |x+2| + 1$$

$$k) g(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$$

$$l) h(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

$$m) f(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$n) g(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$$

$$o) h(x) = \frac{|2x+1|}{2x+1}$$

$$11. \text{ Se } f(x) = |x-1| + |x-2|, \text{ mostre que } f(x) = \begin{cases} -2x+3 & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x < 2 \\ 2x-3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \text{ e esboce o gráfico de } f.$$

12. Determine o domínio das funções indicadas abaixo.

$$a) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$b) y = \frac{x}{x^2-1}$$

$$c) g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$d) y = \frac{x}{x+2}$$

$$e) h(x) = \sqrt{x+2}$$

$$f) q(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$$

$$g) r(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$h) y = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$$

$$i) g(x) = \sqrt[3]{x^2-x}$$

$$j) y = \sqrt{x(2-3x)}$$

$$k) f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{1-3x}}$$

$$l) y = \sqrt[6]{\frac{x-3}{x+2}}$$

$$m) s = \sqrt{t^2-1}$$

$$n) y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

$$o) y = \sqrt{4-x^2}$$

$$p) y = \sqrt{5-2x^2}$$

$$q) y = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$$

$$r) y = \sqrt{1-\sqrt{x}}$$

$$s) y = \sqrt{x} - \sqrt{5-2x}$$

$$t) y = \sqrt{x-\sqrt{x}}$$

13. Utilizando o procedimento indicado no Exercício 11, esboce o gráfico das funções definidas abaixo.

$$a) f(x) = |x| - 1$$

$$b) g(x) = ||x| - 1|$$

$$c) h(x) = |x+1| - |x|$$

$$d) y = |x^2 - 1|$$

14. Mostre que

$$a) \text{ para todo } x > 0, x + \frac{1}{x} \geq 2;$$

$$b) \text{ não existem } x \text{ e } y \text{ reais, tais que } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}.$$

15. Uma pequena indústria fabrica termômetros e estima que o lucro semanal, em reais, pela fabricação e venda de x unidades/semana é de $R(x) = -0,001x^2 + 8x - 5000$. Qual o lucro da empresa em uma semana que foram fabricados 1.000 termômetros?