



Cálculo Diferencial e Integral I
Lista de Exercícios N^o 6
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Seja $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$. Verifique que $f(1) = f(-1)$, mas não existe um número $c \in (-1, 1)$, satisfazendo $f'(c) = 0$. Isso contradiz o Teorema de Rolle? Por quê?

2 Prove que a equação $x^3 + x - 1$ tem exatamente uma raiz real.

Sugestão: Use o Teorema do Valor Intermediário para garantir a existência de uma raiz real. Obtenha a unicidade dessa raiz como consequência do Teorema de Rolle.

3 Prove que existe um único número real x , tal que $e^x + x = 0$.

4 Considere as funções $y = f(x)$ abaixo definidas. Analise cada uma com relação à existência de máximos e mínimos locais e absolutos.

(a) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$, $x \in [0, 2\pi]$

(b) $f(x) = xe^{-x}$

(c) $f(x) = 2\cos(3x)$, $x \in [0, \pi]$

(d) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1, 1]$

(e) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$

(f) $f(x) = x^2\sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1, 1]$

5 Esboce o gráfico de cada uma das funções definidas abaixo.

(a) $f(x) = x^3 - 6x$

(b) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

(c) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$

(d) $f(x) = \frac{x^4+1}{x^2}$

(e) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ $x \neq 0$

(f) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

6 Determine as assíntotas ao gráfico das funções abaixo.

(a) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$

(c) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$

(d) $f(x) = x + \ln(x)$

7 Use o Teorema de L'Hopital para calcular os limites abaixo

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin(x)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln(x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

8 Determine as assíntotas oblíquas do gráfico da função $f(x) = \frac{5-x^2}{3+2x}$

9 Determine o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, que pode ser inscrito em um cone circular reto com 10cm de altura e 6cm de raio.