



Cálculo I - Lista de Exercícios N° 05
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Justifique sua resposta. É possível que uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifique, ao mesmo tempo, as três propriedades seguintes:

$$(i) f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \quad (ii) f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}, \quad (iii) f''(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

2 Em cada caso, esboce o gráfico de uma função com todas as propriedades do enunciado.

$$(a) f(0) = 0, f(2) = f(-2) = 1, f'(0) = 0, f(x) > 0 \text{ para } x > 0, \\ f'(x) < 0, \text{ para } x < 0, f''(x) > 0 \text{ para } |x| < 2, f''(x) < 0 \text{ para } |x| > 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$(b) f(2) = 4, f'(x) > 0 \text{ para } x < 2, f'(x) < 0 \text{ para } x > 2, \\ f''(x) > 0 \text{ para } x \neq 2, \lim_{x \rightarrow 2} |f'(x)| = \infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2.$$

3 Determine A de modo que $y = x^3 - Ax^2 + 1$ tenha um ponto de inflexão em $x = 1$.

4 Determine pontos de máximos e mínimos locais, pontos de inflexão, intervalos de crescimento e decrescimento, assíntotas e esboce o gráfico das funções abaixo:

$$(a) f(x) = \frac{4x^2}{x^2 + 3}, \quad (b) f(x) = \frac{9}{x^2 - 9}, \quad (c) f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}, \quad (d) f(x) = x^4 - 2x^2, \\ (e) f(x) = x^3 + 3x^2 + 5; \quad (f) f(x) = \frac{1}{x^2 + x}, \quad (g) f(x) = 3x^5 - 5x^4, \quad (h) \frac{x}{(x - 4)^2}.$$

5 Determine uma função $F(x)$ cuja derivada seja $f(x) = 4x + 3$. A função $F(x)$ é única?

6 Verifique que a função $y = xe^{-x}$ satisfaz a equação $xy' = (1 - x)y$.

7 Suponha que a equação $F(x, y) = 0$ abaixo define, em cada caso, y como função de x . Calcule y' .

$$(a) F(x, y) = x^3 + y^3 - 8, \quad (b) F(x, y) = \sqrt{x} - \sqrt{y}, \quad (c) F(x, y) = xy - \tan(xy).$$

8 Determine as retas tangentes e normal à circunferência de centro $(2, 0)$ e raio 2, nos pontos em que $x = 1$.

9 Um trem deixa uma estação, num certo instante, e vai para a direção norte à razão de $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Um segundo trem deixa a mesma estação 2 horas depois e vai na direção leste à razão de $95 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ache a taxa na qual estão se separando os dois trens 2 horas e 30 minutos depois do segundo trem deixar a estação.

10 Um líquido goteja num recipiente. Após t horas, há $5t - \sqrt{t}$ litros de água no recipiente. Qual a taxa de gotejamento de líquido no recipiente, em uma hora, quando $t=16$ horas?