



Cálculo I - Lista de Exercícios N^o 02

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Nos casos abaixo, verifique que $Im(f) \subset D(g)$ para, assim, determinar a função $h(x) = (g \circ f)(x)$.

(a) $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$ (b) $f(x) = x^2 + 4$, $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$,

(c) $f(x) = -\sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt{3-x}$ (d) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

2 Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diz-se periódica se existe um menor real $P > 0$, denominado período de f , tal que $f(x+P) = f(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(a) Dê exemplos de funções periódicas;

(b) seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(ax) + \cos(x)$. Mostre que se f é periódica, então a é um número racional.

3 Lembre: uma função $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ diz-se uma função par se, para todo $x \in D(f)$ tem-se $f(-x) = f(x)$, e dizemos que f é uma função ímpar se, para todo $x \in D(f)$ tem-se $f(-x) = -f(x)$.

(a) Dê exemplos de funções pares;

(b) Dê exemplos de funções ímpares;

(b) Verifique que toda função real pode-se escrever como soma de uma função par e uma função ímpar.

4 Lembre:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff (\forall \epsilon > 0 \text{ existe } \delta > 0 \text{ tal que } 0 < |x - x_0| < \delta \implies |f(x) - L| < \epsilon).$$

Mostre que:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5$, (b) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 2) = 4$.

5 Em cada caso, calcule $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, onde:

(a) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$, $x_0 = 1$, (b) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+2}-1}{x+1}$, $x_0 = -1$.

(c) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^3-1}$, $x_0 = 1$, (d) $f(x) = \frac{(3-x^3)^4-16}{x^3-1}$, $x_0 = 1$,

(e) $f(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}}$, $x_0 = 1$, (f) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2}}{x-2}$, $x_0 = 2$.

6 Se, $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x^2} = 1$, calcule $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x}$.