UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br

Lista Complementar 2^a Prova : Cálculo III

Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Seja* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *uma função de classe* C^2 *tal que* $\nabla^2 f = x^2 + y^2 + z^2$. *Calcule:* $\int_S \nabla f \cdot \overrightarrow{n} dS$. S *é a esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ *com* $\overrightarrow{n}$ *exterior a* S.

2 *Seja* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *uma função de classe* C^2 *tal que* $\nabla^2 f = x^2 + y^2$ *e* $\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, 1) = \frac{1}{3}$, *para todo* $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. *Calcule* $\int_S \frac{\partial f}{\partial \overrightarrow{n}} dS$.

S *é dada por* $S : \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ x^2 + y^2 & \leq & 1, \quad z = 0 \end{array} \right.$ *com* $\overrightarrow{n}$ *apontando para fora de* S.

3 *Seja* S *a superfície formada pelas 5 faces do cubo* $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ *que não estão no plano* XY, *orientada por* $\overrightarrow{n}$ *apontando para fora do cubo. Calcule* $\oint_{\partial S} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$, *onde* $\overrightarrow{F}(x, y, z) = (y - z)\overrightarrow{i} + (ln(1 + y^2) + yz)\overrightarrow{j} + (-xz + z^{20})\overrightarrow{k}$.

4 *Seja* C *a curva parametrizada por* $\gamma(t) = (4cos(t), 4sen(t), 4 - 4cos(t))$, $\quad t \in [0, 2\pi]$. *Calcule* $\int_C (z - y)dx + ln(1 + y^2)dy + (y + ln(1 + z^2))dz$.

5 *Seja* C *a circunferência unitaria com centro no ponto* $(0, 0, 2)$ *no plano* $z = 2$, *percorrida no sentido anti horário.*

Calcule $\oint_C \left(e^{-x^3/3} - yz\right) dx + \left(e^{-y^3/3} + xz + 2x\right) dy + \left(e^{-z^3/3} + 5\right) dz$.

6 *Seja* C *a curva obtida pela interseção da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ *com o plano* $y + z = 1$. *Se o valor da integral* $\oint_C (3y + z)dx + (x + 4y)dy + (2x + y)dz$ *é* $\frac{3\sqrt{2}\pi}{4}$, *qual a orientação da curva* C?

7 *Seja* S *a superfície de revolução obtida ao girar a curva* $C : z = 2x^2, \ 0 \leq x \leq 2$, *contida no plano* $y = 0$, *em torno do eixo* Z. *Parametriza a superfície* S *e calcule sua área.*

8 *Seja* $a > 0$, *considere a superfície* S *dada por* $S : \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & a^2, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{a} \\ x^2 + y^2 & \leq & a^2, \quad\quad z = 0 \end{array} \right.$

Seja $\overrightarrow{F}(x, y, z) = (x + zcos(y))\overrightarrow{i} + (x - y + z)\overrightarrow{j} + (z^4 - 3a^2)\overrightarrow{k}$. *Se o fluxo de* $\overrightarrow{F}$ *através de* S, *de dentro para fora, é igual a* $a^3\pi$, *qual o valor de* a?

9 *Seja* S *a superfície, orientada positivamente, dada por* $S = S_1 \cup S_2$, *onde* $S_1 : z = 4 - 2x^2 - y^2, \ \ 0 \leq z \leq 2$ *e* $S_2 : z = x^2 + \frac{1}{2}y^2, \ \ 1 \leq z \leq 2$. *Calcule* $\int_S rot(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n} dS$, *com* $\overrightarrow{F} = (ze^x - y)\overrightarrow{i} + (x + cos(yz))\overrightarrow{j} + xy\overrightarrow{k}$.