

(1) Fazendo alguma mudança de variáveis calcule as seguintes integrais:

$$(a) \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^4 x \, dz \, dy \, dx$$

$$(b) \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_1^{1+\sqrt{1-x^2-y^2}} x \, dz \, dy \, dx$$

$$(c) \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} \, dz \, dy \, dx$$

(2) Calcule  $\int_W f \, dv$ , onde:

(a)  $f(x,y,z) = x$  e  $W$  é o sólido limitado pelos planos  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=2$  e pelo parabolóide  $z = x^2 + y^2$ ;

(b)  $f(x,y,z) = 6xy$  e  $W$  é o sólido que está acima da região plana limitada pelas curvas  $y = \sqrt{x}$ ,  $y=0$ ,  $x=1$  e abaixo do plano  $z = 1 + x + y$ ;

(c)  $f(x,y,z) = xy$  e  $W$  é o tetraedro de vértices  $A=(0,0,0)$ ,  $B=(1,0,0)$ ,  $C=(0,2,0)$  e  $D=(0,0,3)$ .

(d)  $f(x,y,z) = (x^2 + y + z^2)^3$  e  $W$  é o sólido limitado pelo cilindro  $x^2 + z^2 = 1$  e pelos planos  $y=0$  e  $y=1$ .

(e)  $f(x,y,z) = \frac{1}{z^2}$  e  $W$  é o sólido limitado pelas superf.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  e  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ .

- 3) Um pedaço de arame tem a forma da curva  $C$  interseção da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1 - 2(x+y)$  com o plano  $z - y = 1$ . Calcule a massa do arame se a densidade é dada por  $\delta(x, y, z) = x^2$ .
- 4) Deseja-se construir uma peça de alumínio com a forma da superfície do cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  entre os planos  $z = 0$  e  $x + y + z = 2$ ,  $z \geq 0$ . Se o metro quadrado de alumínio custa R\$ 25,00, calcule o preço total da peça.
- 5) Seja  $C$  a curva interseção da semi-esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $a > 0$ , com o plano  $y = z$ . Determine o valor de  $a$  sabendo que  $\int_C 2xyz = 16$ .
- 6) Calcule  $\int_C f \, ds$ , onde
- (a)  $f(x, y, z) = x^2 y z$  e  $C$  é a curva parametrizada por  $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$  com  $t \in [0, 1]$ ;
- (b)  $f(x, y, z) = x + y + z$  e  $C$  é o segmento de reta entre os pts  $(1, 2, 3)$  e  $(0, -1, 1)$ .
- 7) Faça um esboço do sólido  $W$  cujo volume é dado pela integral  $\int_0^{\pi/3} \int_0^{2\pi} \int_0^{\sec \phi} \rho^2 \sin \phi \, d\rho \, d\theta \, d\phi$ .
- 8) Considere uma esfera unitária com distribuição de massa homogênea. Verifique que o centro de massa dessa esfera coincide com ~~o centro~~ seu centro.

- 9) Seja  $C$  a parte da curva interseção das superfícies  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  e  $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$  ( $a > 0$ ), que se encontra no 1º octante. Determine o valor de  $a$  sabendo que  $\int_C x y z \, ds = \frac{81\sqrt{3}}{2}$ .

- 10) Calcule  $\int_D f \, dA$ , onde

(a)  $f(x, y) = (x+y)^2 \sin^2(x-y)$ ,  $D: |x| + |y| \leq \pi$ .

(b)  $f(x, y) = \sin\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$ ,  $D$  é a região limitada pelo quadrilátero de vértices  $(1,1)$ ,  $(2,2)$ ,  $(4,0)$  e  $(2,0)$ .

(c)  $f(x, y) = xy$ ,  $D$  é a região do plano limitada pelas ~~curvas~~ retas  $y = 2x$ ,  $y = 2x - 2$ ,  $y = x$  e  $y = x + 1$ .

(faça  $u = xy$ ,  $v = y$ )

(d)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $D$  é a região limitada pelas curvas  $y = \sqrt{2x - x^2}$  e  $y = x$ .