



Lista de Exercícios Nº 5 : Cálculo III
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule $\int_S xydS$, onde S é a superfície parametrizada por:

$$\varphi(u, v) = (u - v, u + v, 2u + v + 1), \quad \text{com } (u, v) \in D : 0 \leq u \leq 1 \quad 0 \leq v \leq u. \quad \text{Resp. } \frac{\sqrt{14}}{6}.$$

2 Calcule $\int_S \frac{1}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}} dS$, onde S é a parte da superfície $z = 1 - x^2 - y^2$ que se encontra dentro do cilindro de equação $x^2 + y^2 = 2y$.
Resp. π .

3 Uma placa fina é dada por $\varphi(u, v) = (u, v, 2u + v)$, com $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq v \leq u$, se a densidade superficial da placa é dada por $\delta(x, y, z) = x + y + z$, determine a massa da placa.
Resp. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

4 Uma lâmina S tem a forma do cone $z = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}$ limitada pelo plano XY . A densidade de S em cada ponto é proporcional à distância desse ponto ao eixo Z . Calcule o momento de inércia em relação ao eixo Z .
Resp. $\frac{12}{5}M$, onde M é a massa de S .

5 Calcule $\int_S f dS$, onde:

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ e S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, acima do plano $z = 1$.
Resp. $\frac{20}{3}\pi$.

(b) $f(x, y, z) = x^2z$ e S é o cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, com $0 \geq z \geq 1$.
Resp. $\frac{a^3}{2}\pi$.

(c) $f(x, y, z) = x$ e S é o triângulo de vértices $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.
Resp. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

(d) $f(x, y, z) = z^2$ e S é parte do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre os planos $z = 1$ e $z = 4$.
Resp. $\frac{225\sqrt{2}}{2}\pi$.