UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios $N^o\,4$: **Cálculo III**

Professor: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Calcule o momento de inércia de um fio retilíneo homogêneo de comprimento L, em torno de um eixo perpendicular ao fio e passando por uma das extremidades do fio, em função de sua massa M.* *Resp.* $\frac{1}{3}ML^2$.

2 *Um arame tem a forma da curva obtida ao intersetar a semiesfera $x^2+y^2+z^2=16$, $x>0$ com o plano $y+z=4$. Sabendo que a densidade em cada ponto (x,y,z) é dada por $f(x,y,z)=x$, mostre que o momento de inércia em relação ao eixo X é igual a $\frac{32}{3}M$ onde M é a massa do arame.*

3 *Um arame fino liga os pontos $A=(\sqrt{2},\,\sqrt{2},\,0)$ e $B=(1,1,\sqrt{2})$ e tem a forma da curva interseção das superfícies $x^2+y^2+z^2=4$ e $y=x$, situado no primeiro octante. Calcule a massa do arame, sabendo que sua densidade em cada ponto é proporcional ao quadrado da distância do ponto ao plano YZ.* *Resp.* $K\frac{\pi+2}{2}$.

4 *Um fio delgado tem a forma do segmento de reta que une os pontos $A=(1,1)$ e $B=(2,2)$. Determine o momento de inércia em relação à reta $y=-1$, supondo que a densidade no ponto (x,y) é proporcional à distância do ponto ao eixo Y.* *Resp.* $\frac{119\sqrt{2}K}{12}$.

5 *Um arame fino tem o formato da curva parametrizada por $\alpha(t)=(e^t\cos(t),e^t\sin(t),e^t)$ com $0<t<1$. Se a densidade em cada ponto é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto à origem, encontre a massa do arame.* *Resp.* $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-e^{-1})K$.

6 *Seja C a curva interseção da semiesfera $x^2+y^2+z^2=a^2$, $a>0$, $x\geq 0$, com o plano $y=z$. Determine o valor de a sabendo que $\int_C 2xyz\,ds=16$.* *Resp.* $a=2\sqrt[4]{3}$.

7 *Um fio C, com densidade de massa $f(x,y,z)=|x(y+1)|$, tem a configuração da interseção das superfícies dadas pelas equações $z=\sqrt{x^2+y^2}$ e $y+\sqrt{2}z=1$. Calcule a massa de C.* *Resp.* $\frac{4}{3\sqrt{2}}(3^{\frac{3}{2}}-1)$.

8 *Uma placa fina de densidade constante K tem a forma de um setor circular de raio a e ângulo central 2α. Mostre que o momento de inércia em relação à bissetriz do ângulo é dada por $\frac{1}{4}\left(1-\frac{\sin(2\alpha)}{2\alpha}\right)a^2M$, onde M é a massa da placa.*