UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 2 : Cálculo III
Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Determine o volume do sólido $W \subset \mathbb{R}^3$, onde*

(a) W *é limitado pelo cilindro* $x = y^2$ *e os planos* $z = 0$ *e* $x + z = 1$;

(b) W *é limitado pelos planos* $z - y = 8$, $z + y = 8$, $x = 0$, $x = 4$ *e* $z = o$;

(c) W *é limitado pela esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *e pelo paraboloide* $x^2 + y^2 = 3z$.

2 *Calcule a integral tripla,* $\iiint\limits_W f dV$ *dada, onde* $f = f(x, y, z)$ *e* W *são dados abaixo.*

(a) $f(x, y, z) = x - y$, W *é o tetraedro limitado pelos planos coordenados e pelo plano x+y+z=3;*

(b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, W *é o cilindro* $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 4$;

(c) $f(x, y, z) = 1$, W *é a região limitada por* $x = 4 - y^2$, $y = z$ $x = 0$ *e* $z = 0$;

(d) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, W *é a coroa esférica limitada por* $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ *e* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$;

(e) $f(x, y, z) = z$, W *a região limitada pelas superfícies* $z = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$ *e* $x^2+y^2+z^2 = 5$.

3 *Determine a massa do sólido* W *no primeiro octante limitado por* $y = x^2$, $y = 9$, $z = 0$ $x = 0$ *e* $y + z = 9$ *se a densidade é dada por* $\delta(x, y, z) = x + y$.

4 *Um sólido tem a forma de um cilindro circular reto de altura* h *e raio da base* r. *A densidade num ponto* P *do sólido é proporcional à distância do ponto* P *à base do sólido. Determine o momento de inercia em relação ao eixo de simetria do cilindro.*

5 *Encontre a massa do sólido limitado pelas superfícies* $z = 16-2x^2-2y^2$ *e* $z = 2x^2+2y^2$ *se a densidade do sólido é dada por* $\delta(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

6 *Calcule o momento de inércia em relação ao eixo* X *do sólido delimitado por* $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ *e* $z = 4$. *A densidade de massa num ponto* P *do sólido é dada por* $\delta(x, y, z) = x^2$.

7 *Calcule o volume da parte da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ *entre os planos* $z = 1$ *e* $z = 2$.

8 *Calcule a integral tripla,* $\iiint\limits_W f dV$ *dada, onde* $f = f(x, y, z)$ *e* W *são dados abaixo.*

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, *W é a região interior ao cilindro* $x^2 + y^2 = 1$ *e à esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$;

(b) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$, *$W$ é a região limitada por* $z = x^2 + y^2 - 4$ *e* $z = 4 - x^2 - y^2$;

(c) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, *$W$ é a região limitada acima pela esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ *e abaixo pelo cone* $z = \sqrt{x^2 + y^2}$;

(d) $f(x, y, z) = \frac{1}{(x+y+z+1)^3}$, *$W$ é a região limitada pelos planos coordenados e o plano* $x + y + z = 1$. *Resp.* $\frac{ln(2)}{2} - \frac{5}{16}$.

9 *Calcule o volume do sólido acima do plano* $z = 0$, *dentro da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *e abaixo do cone* $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$.

10 *Use integral tripla para calcular o volume do sólido acima do paraboloide* $z = x^2 + y^2$ *e abaixo do cone* $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

11 *Verifique que o centro de massa de uma esfera de raio 1, que tem distribuição de massa homogênea, coincide com o seu centro.*

12 *Calcule o momento de inercia em relação ao eixo* Z *do sólido limitado por* $z = 4 - x^2 - y^2$ *e* $z = 0$ *sabendo que a densidade num ponto é proporcional à distância do ponto ao plano* XY.

13 *Determine o centro de massa e os momentos de inércia com relação aos eixos coordenados da pirâmide de densidade constante igual a 1, limitada por* $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ *e pelos planos* $x = 0$, $y = 0$ *e* $z = 0$.
Resp. $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}, \frac{c}{4}\right)$, $I_x = \frac{a^3bc}{60}$, $I_y = \frac{ab^3c}{60}$, $I_z = \frac{abc^3}{60}$, $I_0 = \frac{abc}{60}(a^2 + b^2 + c^2)$.

14 *Determine o momento de inércia de um cone reto circular, de densidade constante igual a 1, raio da base igual a* r *e altura* h, *com respeito ao seu eixo.*
Resp. $\frac{1}{10}\pi h r^4$.

15 *Calcule o volume do sólido limitado pela esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *acima do paraboloide* $x^2 + y^2 = 3z$.
Resp. $\frac{19}{6}\pi$.

16 *Calcule o volume do sólido limitado pela superfície de equação* $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = x$.
Resp. $\frac{1}{3}\pi$.