



Lista de Exercícios N° 5 : Cálculo III

Professor: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule $\int_C (xy + y + z) ds$ ao longo da curva $\vec{r} = 2t \vec{i} + t \vec{j} + (2 - 2t) \vec{k}$ com $0 \leq t \leq 1$ Resp. $\frac{13}{2}$.

2 Calcule $\int_C (x + y) ds$ onde C é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(-1, 1)$. Resp. $2 + \sqrt{2}$.

3 Calcule $\int_C \sqrt{3}xyz ds$ onde C é a curva interseção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$ que se encontra no primeiro octante. Resp. 24.

4 Determine a massa de um fio com a forma da curva $y = \ln x$, com $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ se a densidade em cada ponto é igual ao quadrado da abscissa do ponto. Resp. $\frac{19}{3}$.

5 Seja C um fio delgado com a forma da interseção da superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z \geq 0$ com o plano $x + y = 1$. Calcule o momento de inércia de C com relação ao eixo Z , se a densidade em cada ponto é proporcional à distância do ponto ao plano XY . Resp. $18K$.

6 Determine a divergência e o rotacional dos campos de vetores dados abaixo.

(a) $\vec{F}(x, y, z) = (xyz^2, xy^3z, xyz^3)$ (b) $\vec{F}(x, y, z) = (e^x \cos y, e^x \sin y, e^x)$

(c) $\vec{F}(x, y, z) = (\cos xy, \cos yz, \sin xz)$ (d) $\vec{F}(x, y, z) = (\sin y \cos x, \cos xz, \cos yz)$

(e) $\vec{F}(x, y, z) = ye^z \vec{i} + xe^z \vec{j} + xye^z \vec{k}$ (f) $(6xy^3 + 2z^2) \vec{i} + 9x^2y^2 \vec{j} + (4xz + 1) \vec{k}$

7 Determine se os campos abaixo são conservativos, caso afirmativo, encontra um potencial.

(a) $\vec{F}(x, y, z) = (1 + y \sin xy = z, 1 - \cos xz, z)$ (b) $\vec{F}(x, y, z) = (xy, e^x, e^z)$

(c) $\vec{F}(x, y, z) = (2xz + y^2, 2xy, e^z + x^2)$ (d) $\vec{F}(x, y, z) = (\ln(xy), \ln(yz), \ln(xz))$

(e) $\vec{F}(x, y, z) = (e^x, 2e^y, 3e^z)$ (f) $\vec{F}(x, y, z) = (6xy + z^3, 3x^2 - z, 3xz^2 - y)$

8 Sejam $\vec{F}(x, y, z) = (ye^x, xe^y, z^2)$ e $\vec{G}(x, y, z) = (x, y, z)$. Calcule:

(a) $\nabla \times (\vec{F} \times \vec{G})$ (b) $(\nabla \times \vec{F}) \times \vec{G}$ (c) $(\nabla \times \vec{F}) \times (\nabla \times \vec{G})$

9 Verifique se todo campo de vetores da forma $\vec{F}(x, y, z) = (A(x), B(y), C(z))$, onde A , B e C são funções diferenciáveis, é irrotacional.