



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios N° 4 : Cálculo Diferencial e Integral I

Profs.: Pedro A. Hinojosa - Fernando A. Xavier

1 *Calcule as derivadas parciais das funções abaixo*

a) $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

b) $f(x, y) = x^2 \ln(1 + x^2 + y^2)$

c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

d) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y^4}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

e) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{5xy^2}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

2 *Sejam Φ uma função diferenciável de uma variável e seja $f(x, y) = (x^2 + y^2) \cdot \Phi(\frac{x}{y})$. Mostre que*

$$x \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial f}{\partial y} = 2f$$

3 *Encontre $f(x, y)$ sabendo que:*
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2y^2 - 6y \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 2x^3y - 6x + \frac{y}{y^2+1} \end{cases}$$

4 *Encontre a equação da reta tangente à curva dada pela interseção do gráfico da função dada por $f(x, y) = 3x^2 - 2y^2 - 5x + 2y + 3$ com o plano $y = 2$, no ponto $P = (1, 2, -3)$*

5 *Verifique se as funções dadas abaixo são diferenciáveis na origem.*

a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^5}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$;

c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

6 *Encontre a equação do plano tangente e da reta normal ao gráfico da função dada, no ponto dado*

a) $f(x, y) = 2x^2y$ em $(1, 1, f(1, 1))$ b) $f(x, y) = 3x^3y - xy$ em $(1, -1, f(1, -1))$

7 Encontre a equação do plano que contém os pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (2, 1, 4)$ e que seja tangente ao gráfico de $f(x, y) = x^2 + y^2$

8 Encontre a equação do plano que é paralelo ao plano $z = 2x + y$ e tangente ao gráfico de $f(x, y) = x^2 + y^2$

9 Mostre que os planos tangentes ao gráfico de $f(x, y) = \frac{x^3}{x^2 + y^2}$ passam todos pela origem.

10 Sejam F e f , funções tais que: $F(x, y) = f(\frac{x}{y}, \frac{y}{x})$. Mostre que $xF_x + yF_y = 0$.

11 Suponha que para todo (x, y) tenhamos: $4y \cdot \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) - x \cdot \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 2$. Calcule $g'(t)$, sabendo que $g(t) = f(2\cos(t), \sin(t))$.

12 Seja $z = f(u - v, v - u)$. Mostre que: $\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = 0$