Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 8 : Cálculo Diferencial e Integral II

Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Use o método dos multiplicadores de Lagrange para determinar o ponto sobre a parábola* $y = x^2$ *que se encontra mais próximo do ponto* $(0,1) \in \mathbb{R}^2$. $\quad R: \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right)$ *e* $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}\right)$

2 *Determine os pontos da elipse* $\mathcal{E} : \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ *que fornecem o maior e o menor valor da função* $f(x,y) = xy$. *R: Máx* $(2,1)$ *e* $(-2,-1)$ *Mín* $(-2,1)$ *e* $(2,-1)$

3 *Utilize os multiplicadores de Lagrange para determinar os valores máximo e mínimo da função* $f(x,y,z) = 2x + 6y + 10z$ *sujeita à restrição* $g(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 = 35$.
R: Valor Máx 70 *Valor Mín* -70

4 *Determine os valores máximo e mínimo absolutos de* $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - x$ *no conjunto* $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ *R: Valor Máx* $\frac{9}{4}$ *Valor Mín* $\frac{-1}{4}$

5 *Determine o paralelepípedo retângulo de maior volume cujos vértices estão sobre a esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

6 *Maximize a função* $f(x,y,z) = x^2 + 2y - z^2$ *sujeita às restrições* $2x - y = 0$ *e* $y + z = 0$.

7 *Minimize a função* $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ *sujeita às restrições* $x + 2y + 3z = 6$ *e* $x + 3y + 9z = 9$.

8 *Determine a distância da reta* $y = x + 1$ *à parábola* $y^2 = x$.

9 *Minimize* $f(x,y,z) = xy + yz$ *sujeito às restrições* $x^2 + y^2 = 2$ *e* $x^+z^2 = 2$.

10 *Mostre que o valor máximo de* $f(x,y,z) = x^2y^2z^2$ *sobre uma esfera de raio* r *com centro na origem é* $\left(\frac{r^3}{3}\right)^3$. *Use isto para mostrar que se* $a, b, c \in \mathbb{R}$ *são números reais não negativos, então* $\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3}$.

11 *Encontre o ponto no gráfico de* $z = x^2 + y^2 + 10$ *que está mais próximo do plano* $x + 2y - z = 0$.

12 *Considere a função* $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy - x - y + 1$ *definida no quadrado* $0 \leq x \leq 1$ *e* $0 \leq y \leq 1$.

- *(a) Mostre que* f *tem um mínimo absoluto ao longo do segmento de reta* $2x + 2y = 1$ *nesse quadrado. qual é esse valor mínimo?*
- *(b) Determine o valor máximo absoluto de* f *no quadrado.*