



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios Nº 6 : Cálculo Diferencial e Integral II

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule as derivadas parciais das funções abaixo

(a) $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ (b) $f(x, y) = x^2 \ln(1 + x^2 + y^2)$

(c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 - y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ (d) $f(x, u) = \begin{cases} \frac{5xy^2}{x^2 - y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y^4}{x^2 - y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ (d) $f(x, u) = \sqrt{\frac{x^2 y^2}{y + x^2}}$

2 Seja Φ uma função diferenciável de uma variável e seja $f(x, y) = (x^2 + y^2)\Phi(\frac{x}{y})$.
Mostre que:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 2f(x, y)$$

3 Encontre $f(x, y)$ sabendo que: $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 y^2 - 6y \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 2x^3 y - 6x + \frac{y}{y^2 + 1} \end{cases}$

4 Verifique se as funções dadas abaixo são diferenciáveis na origem.

(a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3y^4}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ (b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x+y} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ (d) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

5 Encontre a equação da reta tangente à curva dada pela interseção do gráfico da função dada por $f(x, y) = 3x^2 - 2y^2 - 5x + 2y + 3$ com o plano $y = 2$, no ponto $P = (1, 2, -3)$.

6 Encontre a equação do plano tangente e da reta normal ao gráfico da função $f(x, y)$ dada, no ponto P dado.

(a) $f(x, y) = xy^2 + x^2 y$, $P = (1, 1, f(1, 1))$ (b) $f(x, y) = 3x^3 y - xy$, $P = (1, -1, -5)$

(c) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $P = (1, 1, 2)$ (d) $f(x, y) = x^2 + 1$, $P = (0, 0, 1)$

(e) $f(x, y) = 3x^2 - 4y^2$, $P = (0, 0, 0)$ (d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $P = (1, 1, \sqrt{2})$