Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 5 : Cálculo Diferencial e Integral II

Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Em cada um dos casos abaixo, verifique a existência de* $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$

$$(a) \qquad f(x,y) = \begin{cases} x sen\left(\frac{1}{y}\right) & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}, \quad (x_0,y_0) = (0,0)$$

$$(b) \quad f(x,y) = \frac{x^2(y-1)^2}{x^4+(y-1)^4}, \quad (x_0,y_0) = (0,1)$$

$$(c) \quad f(x,y) = \frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}, \quad (x_0,y_0) = (0,0)$$

2 *Calcule os limites abaixo.*

(a) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)} ln\left(\frac{x^2+2y^2}{x-y+1}\right)$ *(b)* $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2}$ *(c)* $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^2}$

(d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{xy}-1}{xy}$ *(e)* $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)} (1+x)^{\frac{1+xy}{x}}$ *(f)* $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{xy+x}$

(g) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy\sqrt{x+y}}{x^2+y^2}$ *(h)* $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \frac{\sqrt[3]{xy}-1}{\sqrt{xy}-1}$ *(i)* $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)} \frac{ysen(x)}{xy+2x}$

3 *Verifique se as funções abaixo são contínuas no ponto P indicado.*

$$(a) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-xy}{x^{-}y^2} & x \neq \pm y \\ \frac{1}{4}(x+y) & x = \pm y \end{cases} \qquad P = (1,1)$$

$$(b) \qquad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \qquad P = (0,0)$$

$$(c) \qquad f(x,y) = \begin{cases} y\, sen\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \qquad P = (0,0)$$

4 *Determine o conjunto onde a função dada é contínua.*

(a) $f(x,y) = ln\left(\dfrac{x+y}{x^2-y^2}\right)$ *(b)* $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2y}{y-x^2}}$ *(c)* $f(x,y) = \dfrac{x^2+xy^3}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$