



Lista de Exercícios N^o 4 Cálculo Diferencial e Integral II
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Determine e esboce o domínio das funções abaixo.

(a) $f(x, y) = \sqrt{xy}$ (b) $f(x, y) = \sqrt{x-y} \ln(x+y)$ (c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y}}$

2 Encontre algumas curvas de nível das funções abaixo e, a partir das mesmas tente visualizar a superfície respectiva.

(a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$ (b) $f(x, y) = x - y^2$ (c) $f(x, y) = x + y$

3 Identifique e represente geometricamente a fronteira dos seguintes conjuntos:

(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ (b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 4x + 3\}$
(c) $C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > \frac{1}{x} \right\}$ (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 > 1 \text{ e } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

4 Determine os pontos de acumulação do conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < -x\}$

5 O conjunto $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ é aberto, fechado, tem pontos de acumulação, qual é a sua fronteira? e o conjunto $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

6 As afirmações abaixo são verdadeiras? Justifique. De exemplos e/ou contraexemplos.

- (a) Se A é um conjunto aberto, então todos os pontos de A são pontos de Acumulação;
- (b) Se A é um conjunto aberto, então nenhum ponto da fronteira de A pertence a A ;
- (c) Existem conjuntos que são abertos e fechados ao mesmo tempo;
- (d) Se F é um conjunto fechado, então todos os seus pontos fronteira pertencem a F ;
- (e) Um ponto da fronteira de um conjunto é sempre um ponto de acumulação desse conjunto.

7 Use a definição de limite para mostrar que:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^2} = 0$ (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} (4x - 2y) = 6$