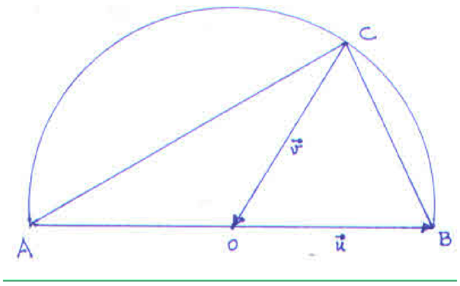
Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 6 : Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Na figura abaixo o triângulo ABC está inscrito no semi-círculo de centro O. Usando os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{OB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{CO}$ mostre que tal triângulo é retângulo.*



2 *Dadas as retas r_1 e r_2 de equações paramétricas:*

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \quad e \quad r_2 : \begin{cases} x = -3 + s \\ y = 5 - s \\ z = 2s \end{cases}$$

Calcule a distância entre elas e determine a equação da reta que interseta ambas perpendicularmente.

3 *Calcule a distância entre as retas r_1 e r_2 abaixo.*

$$(a)\ r_1 : \begin{cases} x &=& 5 + t \\ y &=& -1 - t \\ z &=& 1 + 2t \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x &=& 4 + 2s \\ y &=& -1 - 2s \\ z &=& 7 + 4s \end{cases}$$

$$(b)\ r_1 : \begin{cases} x &=& 1 + 2s \\ y &=& -3 + 3s \\ z &=& 2 - s \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x &=& 3 - 2t \\ y &=& 6 - 3t \\ z &=& 1 + t \end{cases}$$

$$(c)\ r_1 : \begin{cases} x &=& 2 - s \\ y &=& 1 + s \\ z &=& 2 - s \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} x &=& 3 - 2t \\ y &=& 6 - 3t \\ z &=& 1 + t \end{cases}$$

4 *Determine a equação dos seguintes planos:*

(a) *Perpendicular ao vetor* $\overrightarrow{v} = (3, -2, 5)$ *e que passa pelo ponto* $P = (1, -1, 3)$;

(b) *Perpendicular ao vetor* $\overrightarrow{v} = (4, 2, -4)$ *cuja distância à origem é 16 unidades;*

(c) *Que passa pelo ponto* $Q = (0, 1, 5)$ *e é paralelo aos vetores* $\overrightarrow{v_1} = (2, -1, 4)$ *e* $\overrightarrow{v_2} = (1, 2, 3)$;

(d) *Que passa nos pontos* $A = (3, 1, 2)$, $B = (-3, 1, -1)$ *e* $C = (4, 3, 5)$.

5 *Dados os planos* $\pi_1 : x - y + 2z = 1$, $\pi_2 : x + 2y - z = 3$ *e* $\pi_3 : x + 2y - 3z = 2$, *e as retas* $r_1 : (0, 1, 1) + t(1, 2, 1)$ *e* $r_2 : x = y + 2 = z + 1$. *Determine:*

(a) *os pontos da reta* r_1, *que equidistam dos planos* π_1 *e* π_2;

(b) *a equação do plano que contém a reta* r_2 *e faz um ângulo de* $\frac{\pi}{3}$ *radianos com o plano* π_3.

6 *Dados, o ponto* $A = (1, 3, -1)$, *o plano* $\pi : x + z = 2$ *e a reta* $r : \begin{cases} x - y - z = 2 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$
Determine a equação da reta l *que contém o ponto* A, *é paralela ao plano* π *e dista 3 unidades da reta* r.

7 *Considere os planos* $\pi_1 : 3x - 2y - 2z = -7$ *e* $\pi_2 : x + y = 2$ *e a reta* $r : \begin{cases} 2x - y + z = -6 \\ x - z = 0 \end{cases}$
Determine a equação da reta l *talque:* $r \cap l \neq \phi$, $l \subset \pi_1$ *e o ângulo entre* l *e* π_2 *é tal que o seu coseno é* $\frac{1}{3}$.

8 *Sejam* $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 2, 0)$ *e* $C = (0, 0, 3)$. *Verifique se os planos* $\pi_1 : 6x + 3y + 2z = 3$ *e* $\pi_2 : 6x + 3y + 2z = -3$ *intersetam o tetraedro* $OABC$.

9 *Seja* $ABCD$ *um quadrilátero qualquer e sejam* M, N, P *e* Q *respectivamente os pontos médios dos lados* AB, BC, CD *e* DA *desses quadrilátero. Mostre que o quadrilátero* $MNPQ$ *é um paralelogramo.*

10 *Os vértices de um tetraedro são* $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 2, 0)$ *e* $C = (0, 0, 3)$. *Determine a equação do plano que dista* $\frac{3}{7}$ *da face* ABC *e interseta o tetraedro.*

11 *Determine a equação da reta* r *que passa no ponto* $P = (1, -2, 1)$ *e interseta as retas reversas* $r_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$ *e* $r_2 : \begin{cases} x = -2 + s \\ y = 1 + s \\ z = s \end{cases}$ $t, s \in \mathbb{R}$

12 *Dadas as retas* $r_1 : (0, 0, 1) + t(1, 1, 1)$ *e* $r_2 : s(0, 1, 0)$ *e os pontos* $P = (0, 1, 1)$ *e* $Q = (0, 1, 2)$. *Determine a equação da reta* r *que contém o ponto* P, *interseta a reta* r_1 *e equidista do ponto* Q *e da reta* r_2.

13 *Determine a equação do plano que contém os pontos* $A = (1, 1, 1)$ *e* $B = (0, 2, 1)$ *e equidista dos pontos* $C = (2, 3, 0)$ *e* $D = (0, 1, 2)$

14 *Determine a equação do plano que contém os pontos* $P = (1, 1, -1)$ *e* $Q = (2, 1, 1)$ *e dista 1 da reta* $r : (1, 0, 2) + t(1, 0, 2)$.