UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR

2ª Lista de Exercícios

RESPOSTAS

01. T é linear.	07. T não é linear.	13. T é linear.
02. T não é linear.	08. T é linear.	14. T é linear.
03. T é linear.	09. T não é linear.	15. T é linear.
04. T é linear.	10. T é linear.	16. T não é linear.
05. T não é linear.	11. T não é linear.	17. T é linear.
06. T não é linear.	12. T é linear.	18. T é linear.

20. Seja v um elemento de U. Escreva v com combinação linear dos elementos de α e use o fato que f e g são lineares para a conclusão do problema.

21. Escreva v como combinação linear dos vetores de α e use o fato de que f e g são lineares.

23. $T(x,y)=(-y,-2y,0)$

24. Uma transformação linear seria: $T(x,y)=(x-\frac{y}{2},\frac{y}{2}-x,x-\frac{y}{2})$.

25. $T(ax^2+bx+c)=(2a-b)x^2+(a+c)x+b$.

26. $T(x,y)=(x,-2x)$

27. b) e c).

28. 01. Base para N(T): $\beta=\{(1,2)\}$ e dim N(T) = 1. Base para Im(T): $\beta=\{(2,0)\}$ e dim Im(T) = 1.

03. $N(T)=\{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta=\{(1,2,-1)\}$ e dim Im(T) = 1.

04. $N(T)=\{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta=\{-1\}$ e dim Im(T) = 1.

08. $N(T)=\{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&2\end{pmatrix}\right\}$ e dim Im(T) = 4.

10. $N(T)=\{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ e dim Im(T) = 4.

12. $N(T)=\{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta=\{(1\quad a)\}$ e dim Im(T) = 1.

13. Base para N(T): $\beta=\left\{\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$, dim N(T) = 1; Base para Im(T): $\beta=\{(2,0),(0,-1)\}$ e dim Im(T) = 2.

14. Base para N(T): $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, dim N(T) = 1; Base para Im(T): $\beta = \{x^2, x, 1\}$ e dim Im(T) = 3.

15. Base para N(T): $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, dim N(T) = 3; Base para Im(T): $\beta = \{1\}$ e dim Im(T) = 1.

17. Base para N(T): $\beta = \left\{ x^2 - \frac{1}{3}, x - \frac{1}{2} \right\}$, dim N(T) = 2; Base para Im(T): $\beta = \{1\}$ e dim Im(T) = 1.

18. $N(T) = \{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta = \{2x^3 + x^2, x^2 + x, 1\}$ e dim Im(T) = 3.

29. Base para N(T): $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, dim N(T) = 2; Base para Im(T): $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \right\}$ e dim Im(T) = 2.

30. $N(T) = \{0\}$, dim N(T) = 0; Base para Im(T): $\beta = \{(\cos\theta, -sen\,\theta), (sen\,\theta, \cos\theta)\}$ e dim Im(T) = 2.

31. Base para N(T): $\beta = \{1\}$, dim N(T) = 1; Base para Im(T): $\beta = \{x^n, x^{n-1}, \ldots, x\}$ e dim Im(T) = n.

32. $N(T) = \{v \in V; f(g(v)) = 0\} \Rightarrow g(v) \in N(f) \Rightarrow g(v) = 0 \Rightarrow v \in N(g) \Rightarrow v = 0 \Rightarrow \dim N(f \circ g) = 0$

33. Base para N(T): $\beta = \{-2x^2 + x - 1\}$, dim N(T) = 1; Base para Im(T): $\beta = \{x, 1\}$ e dim Im(T) = 2.

35. a) $N(T) = \{0\}$ - $\mathrm{Im}(T) = R^2$ - $T^{-1}(x, y) = \left(\frac{x + 3y}{10}, \frac{y - 3x}{10} \right)$

b) $N(T) = [(1, -3, -5)]$ - $\mathrm{Im}(T) = R^2$

c) $N(T) = [(0, 1, 0)]$ - $\mathrm{Im}(T) = R^2$

d) $N(T) = [(3, 1, 1)]$ - $\mathrm{Im}(T) = [(1, -1, 1), (-1.2, 0)]$

e) $N(T) = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$ - Im(T) : $\mathrm{Im}(T) = R^2$

f) $N(T) = \{0\}$ - $\mathrm{Im}(T) = [(-2, -3, 2), (1, 2, 1)]$

41. $[T]_\beta^\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

42. $T(x, y, z) = (z - 2y, y - x)$, $N(T) = [(1,1,2)]$ e $\dim N(T) = 1$ - $\mathrm{Im}(T) = [(0,-1), (1,0)]$, $\dim \mathrm{Im}(T) = 2$, T não é injetora, T é sobrejetora.

43. $\beta = \{(1, -1), (2, 6)\}$

44. $[T(-1,1,0)]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $T(-1,1,0) = (0,3)$, $T(x, y, z) = (x + y + 2z, 2x + 5y - 2z)$

45. $[T]_\alpha^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$

46. FVFFV

47. $[T]_\beta^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

48. $T(ax + b) = ax^2 + bx$.

49. a) Matriz identidade

b) Matriz de mudança de base de α para β.

50. a) $[f]_{\beta}^{\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $[g]_{\gamma}^{\beta} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$, $[g \circ f]_{\gamma}^{\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $(g \circ f)(a,b) = (a + 2b)x + a - b$

c) Como o determinante da matriz de $g \circ f$ é igual a –2, então $g \circ f$ é um isomorfismo.

□□□□□□