UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 7 : Cálculo III (2013.1)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Seja D a região do plano limitada dentro da circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$ e fora do retângulo de vértices $A = (1,-1)$, $B = (2,-1)$, $C = (2,1)$ e $D = (1,1)$. Considere ∂D orientado positivamente e calcule $\int_{\partial D}(2x - y^3 dx$ - $xydy$. Resp.* $\frac{243\pi}{4} - 2$.

2 *Calcule $\oint_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$, onde $\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}\, , \, \frac{x}{x^2+y^2} + 2x\right)$ e C é a curva $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ no sentido anti-horário. Resp.* 14π.

3 *Sejam $\overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(\frac{-cy}{2} + ze^x, \, \frac{cx}{2} - ze^y, \, xy\right)$, com $c > 0$, um campo em $\mathbb{R}^3$ e S a superfície aberta, união de hiperboloide de uma folha $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $0 \le z \le \sqrt{c}$ com o disco $x^2 + y^2 \le 1$, $z = 0$. Calcule o valor de c sabendo que $\iint_S rot\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n} dS = -6\pi$, onde $\overrightarrow{n}$ é o campo normal apontando para fora de S. Resp.* $c = 2$.

4 *Calcule o fluxo do campo $\overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(\frac{x^3}{3} + y, \, \frac{y^3}{3}, \, \frac{z^3}{3} + 2\right)$ através da superfície $S = \partial W$, onde $W = \left\{(x,y,z|) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \ge 1, \, x^2 + y^2 + (z-2)^2 \le 4, \, z \ge \sqrt{x^2 + y^2}\right\}$ com campo normal a S apontando para fora de W. Resp.* $\frac{\pi}{15}(890 + 3\sqrt{2})$.

5 *Calcule o fluxo do campo $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x - y - 4)\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} + z\overrightarrow{k}$ através da semiesfera superior $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z > 0$, com campo normal $\overrightarrow{n}$ tal que $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{k} > 0$. Resp.* 2π.

6 *Calcule $\iint_S \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n} dS$, onde $\overrightarrow{F} = -z\overrightarrow{k}$ e S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ fora do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, com $\overrightarrow{n}$ apontando para fora da esfera. Resp.* $-4\pi\sqrt{3}$

7 *Calcule o fluxo do campo $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (yz, -xz, x^2 + y^2)$ através de S, superfície de revolução obtida oa girar o segmento de reta que liga os pontos $A = (1,0,1)$ e $B = (0,0,3)$ em torno do eixo Z, com vetor normal $\overrightarrow{n}$ tal que $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{k} > 0$.*

8 *No plano XZ considere a curva $C: \; z = 2x^2$, com $0 \le x \le 2$. Seja S a superfície obtida girando a curva C em torno do eixo Z. Obtenha uma parametrização para a curva C e calcule a área de S.*