



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios N° 5 : Cálculo III (2013.1)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule $\int \int_S xy dS$, onde S é a superfície parametrizada por $\varphi(u, v) = (u - v, u + v, 2u + v + 1)$, com $(u, v) \in D : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq u$. Resp. $\frac{\sqrt{14}}{6}$.

2 Calcule $\int \int_S \frac{1}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}} dS$, onde S é a parte da superfície $z = 1 - x^2 - y^2$ que se encontra dentro do cilindro de equação $x^2 + y^2 = 2y$. Resp. π .

3 Uma placa fina é dada por $\varphi(u, v) = (u, v, 2u + v)$, com $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq v \leq u$, se a densidade superficial da placa é dada por $\delta(x, y, z) = x + y + z$, determine a massa da placa. Resp. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

4 Uma lâmina S tem a forma do cone $z = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}$ limitada pelo plano XY . A densidade de S em cada ponto é proporcional à distância desse ponto ao eixo Z . Calcule o momento de inércia em relação ao eixo Z . Resp. $\frac{12}{5}M$, onde M é a massa de S .

5 Calcule $\int \int_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$, onde:

(a) $\vec{F}(x, y, z) = y\vec{i} - x\vec{j}$ e S é parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, no primeiro octante, com a normal apontando para fora; Resp. 0.

(b) $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}$ e S é a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, com vetor normal $\vec{n}$ apontando para fora; Resp. 0.

(c) $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e S é a região do plano $2x + 3y + z = 6$, no primeiro octante, com $\vec{n} \cdot \vec{k} \geq 0$; Resp. 18.

(d) $\vec{F}(x, y, z) = z\vec{i} + x\vec{j} - 3y^2z\vec{k}$ e S é parte do cilindro $x^2 + y^2 = 16$, no primeiro octante, entre $z = 0$ e $z = 5$ com normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n} \cdot \vec{i} \geq 0$; Resp. 90.

(e) $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} - \frac{z^2}{2}\vec{k}$ e S é a superfície de revolução obtida girando-se o segmento de reta AB , com $A = (0, 1, 2)$ e $B = (0, 2, 4)$, em torno do eixo Z e com vetor normal $\vec{n}$ exterior a S . Resp. $\frac{56}{9}\pi$.