UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 2 : Cálculo III (2013.1)
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Determine o volume do sólido $W \subset \mathbb{R}^3$, onde*

(a) *W é limitado pelo cilindro $x = y^2$ e os planos $z = 0$ e $x + z = 1$;*

(b) *W é limitado pelos planos $z - y = 8$, $z + y = 8$, $x = 0$, $x = 4$ e $z = o$;*

(c) *W é limitado pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e pelo paraboloide $x^2 + y^2 = 3z$.*

2 *Calcule a integral tripla, $\iiint\limits_W f dV$ dada, onde $f = f(x, y, z)$ e W são dados abaixo.*

(a) *$f(x, y, z) = x - y$, W é o tetraedro limitado pelos planos coordenados e pelo plano x+y+z=3;*

(b) *$f(x, y, z) = x^2 + y^2$, W é o cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 4$;*

(c) *$f(x, y, z) = 1$, W é a região limitada por $x = 4 - y^2$, $y = z$ $x = 0$ e $z = 0$;*

(d) *$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, W é a coroa esférica limitada por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$;*

(e) *$f(x, y, z) = z$, W a região limitada pelas superfícies $z = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$ e $x^2+y^2+z^2 = 5$.*

3 *Determine a massa do sólido W no primeiro octante limitado por $y = x^2$, $y = 9$, $z = 0$ $x = 0$ e $y + z = 9$ se a densidade é dada por $\delta(x, y, z) = x + y$.*

4 *Um sólido tem a forma de um cilindro circular reto de altura h e raio da base r. A densidade num ponto P do sólido é proporcional à distância do ponto P à base do sólido. Determine o momento de inercia em relação ao eixo de simetria do cilindro.*

5 *Encontre a massa do sólido limitado pelas superfícies $z = 16-2x^2-2y^2$ e $z = 2x^2+2y^2$ se a densidade do sólido é dada por $\delta(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.*

6 *Calcule o momento de inércia em relação ao eixo X do sólido delimitado por $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $z = 4$. A densidade de massa num ponto P do sólido é dada por $\delta(x, y, z) = x^2$.*

7 *Calcule o volume da parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ entre os planos $z = 1$ e $z = 2$.*

8 *Calcule a integral tripla, $\iiint\limits_W f dV$ dada, onde $f = f(x, y, z)$ e W são dados abaixo.*

(a) *$f(x, y, z) = x^2 + y^2$, W é a região interior ao cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e à esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$;*

(b) $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2}$, *$W$ é a região limitada por $z = x^2+y^2-4$ e $z = 4-x^2-y^2$;*

(c) $f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2$, *W é a região limitada acima pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 16$ e abaixo pelo cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$;*

(d) $f(x,y,z) = \frac{1}{(x+y+z+1)^3}$, *$W$ é a região limitada pelos planos coordenados e o plano $x+y+z = 1$.* *Resp.* $\frac{ln(2)}{2} - \frac{5}{16}$.

9 *Calcule o volume do sólido acima do plano $z = 0$, dentro da esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ e abaixo do cone $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$.*

10 *Use integral tripla para calcular o volume do sólido acima do paraboloide $z = x^2+y^2$ e abaixo do cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$.*

11 *Verifique que o centro de massa de uma esfera de raio 1, que tem distribuição de massa homogênea, coincide com o seu centro.*

12 *Calcule o momento de inercia em relação ao eixo Z do sólido limitado por $z = 4-x^2-y^2$ e $z = 0$ sabendo que a densidade num ponto é proporcional à distância do ponto ao plano XY.*

13 *Determine o centro de massa e os momentos de inércia com relação aos eixos coordenados da pirâmide de densidade constante igual a 1, limitada por $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 1$ e pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$.*

Resp. $\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}, \frac{c}{4}\right)$, $I_x = \frac{a^3bc}{60}$, $I_y = \frac{ab^3c}{60}$, $I_z = \frac{abc^3}{60}$, $I_0 = \frac{abc}{60}(a^2+b^2+c^2)$.

14 *Determine o momento de inércia de um cone reto circular, de densidade constante igual a 1, raio da base igual a r e altura h, com respeito ao seu eixo.*

Resp. $\frac{1}{10}\pi h r^4$.

15 *Calcule o volume do sólido limitado pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$ acima do paraboloide $x^2+y^2 = 3z$.*

Resp. $\frac{19}{6}\pi$.

16 *Calcule o volume do sólido limitado pela superfície de equação $(x^2+y^2+z^2)^2 = x$.*

Resp. $\frac{1}{3}\pi$.