UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 1 : Cálculo III (2013.1)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Calcule* $\iint\limits_D \frac{x-y}{x+y}dA$, *onde* D *é a região limitada pelas retas* $x-y=0,\ x-y=1,\ x+y=1$ *e* $x+y=3$.

2 *Seja* D *a região do primeiro quadrante limitada por:* $y=x,\ y=3x,\ xy=1$ *e* $xy=4$. *Use a mudança de variáveis* $u=\frac{y}{x},\ v=xy$ *para calcular* $\iint\limits_D xy^3dA$.

3 *Calcule a integral dupla* $\iint\limits_D e^{-(x^2+y^2)}dA$ *onde* D *é a região contida na circunferência* $x^2+y^2=1$.

4 *Use coordenadas polares para calcular as integrais abaixo.*

(a) $\int_{-1}^{1}\int_0^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)^{3/2}dydx$ (b) $\int_0^3\int_x^{\sqrt{18-x^2}}(x^2+y^2+1)dydx$

(c) $\int_0^2\int_{-\sqrt{1-(y-1)^2}}^{0}xy^2dxdy$ (d) $\int_0^2\int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}}\frac{x+y}{x^2+y^2}dydx$

5 *Inverta a ordem de integração e calcule a integral.*

(a) $\int_0^2\int_x^2 2y^2\sin(xy)dydx$ (b) $\int_0^2\int_0^{4-x^2}\frac{xe^{2y}}{4-y}dydx$

(c) $\int_0^1\int_y^1 x^2e^{xy}dxdy$ (d) $\int_0^8\int_{\sqrt[3]{x}}^2\frac{dydx}{y^4+1}dydx$

6 *Determine o volume do sólido limitado pelo paraboloide* $z=4-x^2-y^2$ *e pelo plano* XY.

7 *Encontre o volume do sólido no primeiro octante limitado pela superfície* $z=4-x^2-y$.

8 *Calcule o volume do sólido delimitado pelas superfícies* $z=2x^2+y^2$ *e* $z=4-2x^2-y^2$.

9 *Calcular o volume do sólido no primeiro octante, delimitado pelos cilindros* $x^2+y^2=16$ *e* $x^2+z^2=16$.

10 *Calcule a área da região do plano limitada pelas curvas indicadas:*

(a) $y^2=x,\ y=\frac{2}{1+x^2}$ *e* $x=0$ (b) $y=e^x, y=\sin(x), x=\pi$ *e* $x=-\pi$

(c) $y=0, x+y=12$ *e* $y^2=16x$ (d) $y=x^2$ *e* $y=x+2$

11 *Determine o momento de inércia em relação ao eixo* Y *de uma placa de densidade constante* $\delta(x,y)=1$ *limitada pela curva* $y=\frac{\sin^2(x)}{x^2}$ *e a reta* $y=0$ *no intervalo* $\pi\le x\le 2\pi$.

12 *Encontre o centro de massa de uma placa fina de densidade* $\delta(x,y) = 3$ *limitada pelas retas* $y = 0$, $y = x$ *e pela curva* $y = x^2 - 2$, *no primeiro quadrante.*

13 *Encontre o centro de massa, os momentos de inércia em relação aos eixos coordenados e o momento de inércia polar de uma placa triângular limitada pelas retas* $y = x$, $y = -x$ *e* $y = 1$ *se a densidade da placa é dada por* $\delta(x,y) = 1 + x + y$.

14 *Uma lâmina fina no plano XY de densidade* $\delta(x,y) = 5x$, *ocupa a região de maior área limitada pela elipse* $x^2 + 4y^2 = 12$ *e a parábola* $x = 4y^2$. *Calcule a massa dessa lâmina.*

15 *Uma lâmina plana é limitada, no plano XY, pela parábola* $y = x^2 + 1$ *e pela reta* $y = x + 3$. *Sua densidade de massa* $\delta(x,y)$, *no ponto* (x,y), *é proporcional à distância desse ponto à reta* $y = x$. *Calcule a massa, o centro de massa e o momento de inércia, em relação ao eixo* X, *dessa lâmina.*

16 *Uma placa retângular de densidade constante* $\delta(x,y) = 1$ *ocupa a região do plano, no primeiro quadrante, limitada pelas retas* $x = 4$ *e* $y = 2$. *Determine o valor de* $a \in \mathbb{R}$ *que minimiza o momento de inércia* I_a *do retângulo em relação à reta* $y = a$.

17 *Determine o centro de massa de uma lâmina semicircular, sendo que a densidade da lâmina em qualquer ponto* $P = (x,y)$ *é proporcional à distância entre* P *e o centro do círculo.*

18 *Determine o centro de massa de uma lâmina quadrada ABCD, de lado* $3/2$, *sabendo que a densidade da lâmina em qualquer ponto* P *é o produto das distâncias de* P *a* $\overline{AB}$ *e a* $\overline{BC}$.

19 *Calcule* I_x, I_y *e* I_0 *para a lâmina que tem a forma da região limitada pelos gráficos de* $y = x^{1/3}$, $x = 8$ *e* $y = 0$, *cuja densidade é dada por* $\delta(x,y) = y^2$.

20 *Uma lâmina no plano XY é limitada dentro da circunferência* $(x-2)^2 + y^2 = 4$ *e fora da circunferência* $x^2 + y^2 = 4$. *Calcule a massa da lâmina se a densidade da mesma é dada por* $\delta(x,y) = (x^2 + y^2)^{-1/2}$.

21 *Use coordenadas polares para calcular a área da região limitada pelas curvas:*

(a) $r = 2(1 + \cos(\theta))$, *e* $r = 2\cos(\theta)$;

(b) $r = 2(1 - \cos(\theta))$, *e* $r = 2$.