UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 7 : Cálculo III (2012.2)
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Calcule* $\int\int_S xydS$, *onde* S *é a superfície parametrizada por* $\varphi(u,v) = (u-v, u+v, 2u+v+1)$, *com* $(u,v) \in D : 0 \leq u \leq 1 \;\; 0 \leq v \leq u$. *Resp.* $\frac{\sqrt{14}}{6}$.

2 *Calcule* $\int\int_S \frac{1}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}} dS$, *onde* S *é a parte da superfície* $z = 1 - x^2 - y^2$ *que se encontra dentro do cilindro de equação* $x^2 + y^2 = 2y$. *Resp.* π.

3 *Uma placa fina é dada por* $\varphi(u,v) = (u, v, 2u+v)$, *com* $0 \leq u \leq 1$ *e* $0 \leq v \leq u$, *se a densidade superficial da placa é dada por* $\delta(x,y,z) = x + y + z$, *determine a massa da placa.* *Resp.* $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

4 *Uma lâmina* S *tem a forma do cone* $z = 4 - 2\sqrt{x^2+y^2}$ *limitada pelo plano XY. A densidade de* S *em cada ponto é proporcional à distância desse ponto ao eixo Z. Calcule o momento de inércia em relação ao eixo Z.* *Resp.* $\frac{12}{5}M$, *onde* M *é a massa de* S.

5 *Calcule* $\int\int_S \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n} dS$, *onde:*

(a) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = y\overrightarrow{i} - x\overrightarrow{j}$ *e* S *é parte da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, *no primeirop octante, com a normal apontando para fora;* *Resp. 0.*

(b) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} - 2z\overrightarrow{k}$ *e* S *é a esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, *com vetor normal* $\overrightarrow{n}$ *apontando para fora;* *Resp. 0.*

(c) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} + z\overrightarrow{k}$ *e* S *é a região do plano* $2x + 3y + z = 6$, *no primeiro octante, com* $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{k} \geq 0$; *Resp. 18.*

(d) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = z\overrightarrow{i} + x\overrightarrow{j} - 3y^2z\overrightarrow{k}$ *e* S *é parte do cilindro* $x^2 + y^2 = 16$, *no primeiro octante, entre* $z = 0$ *e* $z = 5$ *com normal* $\overrightarrow{n}$ *tal que* $\overrightarrow{n}\,\overrightarrow{i} \geq 0$; *Resp. 90.*

(e) $\overrightarrow{F}(x,y,z) = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} - \frac{z^2}{2}\overrightarrow{k}$ *e* S *é a superfície de revolução obtida girando-se o segmanto de reta* AB, *co* $A = (0,1,2)$ *e* $B = (0,2,4)$, *em torno do eixo* Z *e com vetor normal* $\overrightarrow{n}$ *exterior a* S. *Resp.* $\frac{56}{9}\pi$.