UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 6 : Cálculo III (2013.1)
Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Verifique o teorema de Gauss para o campo* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x,y,z)$ *no sólido* W *limitado pelas superfícies* $z = x^2 + y^2$ *e* $z = 4$. *Resp.* 24π.

2 *Calcule o fluxo do campo vetorial* $\overrightarrow{F}$ *através da superfície aberta* S. *Onde,* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (xy^2 + e^y)\overrightarrow{i} + (yz^2 + \sin^2 x)\overrightarrow{j} + (5 + zx^2)\overrightarrow{k}$ *e* $S : z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}\,,\ \ z \geq 0$ *com* $\overrightarrow{n}$, *tendo componente z positiva.* *Resp.* $\frac{164\pi}{5}$

3 *Calcule* $\int\int_S \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n} dS$, *onde* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = x\overrightarrow{i} + (-2y + e^x cos z)\overrightarrow{j} + (z + x^2)\overrightarrow{k}$ *e* S *é definida por* $S : z = 9 - (x^2 + y^2)\,,\ 0 \leq 5, z = 5,\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ *e* $z = 8 - 3(x^2 + y^2)\,,\ x^2 + y^2 \leq 1$, *com* $\overrightarrow{n}$ *exterior a* S. *Resp.* $\frac{81\pi}{4}$.

4 *Calcule o fluxo do campo* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(\frac{x^3}{3} + y, \frac{y^3}{3}, \frac{z^3}{3} + 2\right)$ *através da superfície* S *bordo do sólido* W, *definido por:*

$$W := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \geq 1,\ x^2 + y^2 + (z-2)^2 \leq 4,\ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\right\}$$

com campo normal $\overrightarrow{n}$ *apontando para fora de* W. *Resp.* $\frac{\pi}{15}(890 + 3\sqrt{2})$.

5 *Seja* T *o tetraedro de vértices* $O = (0,0,0),\ A = (2,0,0),\ B = (0,6,0)$ *e* $C = (0,0,2)$. *Seja* S *a superfície lateral de* T *constituida pelas faces de* T *que não estão no plano* XY. *Considere o campo* $\overrightarrow{F}$ *definido por* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (3y + z,\ x + 4z,\ x + 2y)$. *Calcule* $\int\int_S rot(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n} dS$, *onde* $\overrightarrow{n}$ *é nomal exterior a* S.

6 *Calcule* $\int_C \frac{x-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x+y}{x^2+y^2}dy + z^2 dz$, *sendo* C *a curva interseção da superfície de equação* $(z+1)^2 = x^2 + y^2$ *com o plano* $y + 2z = 6$, *orientada de modo que sua projeção no plano* XY *seja percorrida no sentido horário.* *Resp.* 2π.

7 *Calcule* $\int_C (2xyz + 2x)dx + x^2 zdy + x^2 ydz$, *onde* C *é a interseção de* $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ *com* $x + y = 2$. *Especifique a orientação escolhida.* *Resp. 4 (ou -4).*

8 *Calcule* $\int\int_S rot(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n} dS$, *onde* $S : \begin{cases} \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 2 \\ z \geq 3. \end{cases}$

com $\overrightarrow{n}$ *normal exterior e* $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x^2 z,\ x + z,\ y^2 + z^2)$. *Resp.* $2\sqrt{2}\pi$.