



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios N° 5 : Cálculo III (2012.2)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule $\int_C (xy + y + z)ds$ ao longo da curva $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + t\vec{j} + (2 - 2t)\vec{k}$, com $0 \leq t \leq 1$. Resp. $\frac{13}{2}$.

2 Calcule $\int_C (x + y)ds$, onde C é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(-1, 1)$. Resp. $2 + \sqrt{2}$.

3 Calcule $\int_C \sqrt{3}xyzds$ onde C é a curva de interseção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 4$ que se encontra no primeiro octante. Resp. 24 .

4 Determine a massa de um fio com a forma da curva $y = \ln x$ com $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$, se a densidade em cada ponto é igual ao quadrado da abscissa do ponto. Resp. $\frac{19}{3}$.

5 Calcule a massa de um arame fino com o formato da hélice parametrizada por $\alpha : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\alpha(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$, se a densidade é dada por $\delta(x, y, z) = \frac{kx}{1+y^2}$, com $k > 0$. Resp. $5k \arctan(3)$.

6 Seja C um fio delgado com a forma da interseção da superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z \geq 0$ com o plano $x + y = 1$. Calcule o momento de inércia de C em relação ao eixo Z , se a densidade em cada ponto é proporcional à sua distância ao plano XY . Resp. $18k$.

7 Calcule $\text{div}(\vec{F})$ e $\text{rot}(\vec{F})$ sendo:

- (a) $\vec{F}(x, y, z) = (\sin xy, \cos xy, z)$;
- (b) $\vec{F}(x, y, z) = ye^z\vec{i} + xe^z\vec{j} + xye^z\vec{k}$;
- (c) $\vec{F}(x, y, z) = (2z - 3y, 3x - z, y - 2x)$;
- (d) $\vec{F}(x, y, z) = (z + \sin y)\vec{i} - (z - x \cos y)\vec{j}$;
- (e) $\vec{F}(x, y, z) = (6xy^3 + 2z^2, 9x^2y^2, 4xz + 1)$.

8 Calcule $\int_C zdx + ydy - z^2dz$, onde C é o segmento de reta do ponto $P = (1, 0, 0)$ ao ponto $Q = (0, 1, \frac{1}{2})$. Resp. $\frac{5}{24}$.

9 Calcule $\int_C -2xydx + (x^2 + y^2)dy$ onde C é a parte da elipse $x^2 + 4y^2 = 2x$ correspondente a $y \geq 0$ orientada no sentido anti-horário. Resp. π .

10 Calcule $\int_C xdx + x^2dy$ onde C é a curva dada por $\vec{r}(t) = (-\cos t, \sin t)$, com $0 \leq t \leq \pi$. Resp. 0 .