



Lista de Exercícios N° 4 : Cálculo III (2012.2)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Calcule a integral tripla, $\iiint_W f dV$ dada, onde $f = f(x, y, z)$ e W são dados abaixo.

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, W é a região interior ao cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e à esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$;

(b) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$, W é a região limitada por $z = x^2 + y^2 - 4$ e $z = 4 - x^2 - y^2$;

(c) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, W é a região limitada acima pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ e abaixo pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$;

(d) $f(x, y, z) = \frac{1}{(x+y+z+1)^3}$, W é a região limitada pelos planos coordenados e o plano $x + y + z = 1$. Resp. $\frac{\ln(2)}{2} - \frac{5}{16}$.

2 Calcule o volume do sólido acima do plano $z = 0$, dentro da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e abaixo do cone $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$.

3 Use integral tripla para calcular o volume do sólido acima do parabolóide $z = x^2 + y^2$ e abaixo do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

4 Verifique que o centro de massa de uma esfera de raio 1, que tem distribuição de massa homogênea, coincide com o seu centro.

5 Calcule o momento de inércia em relação ao eixo Z do sólido limitado por $z = 4 - x^2 - y^2$ e $z = 0$ sabendo que a densidade num ponto é proporcional à distância do ponto ao plano XY .

6 Determine o centro de massa e os momentos de inércia com relação aos eixos coordenados da pirâmide de densidade constante igual a 1, limitada por $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ e pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$.

Resp. $(\frac{a}{4}, \frac{b}{4}, \frac{c}{4})$, $I_x = \frac{a^3bc}{60}$, $I_y = \frac{ab^3c}{60}$, $I_z = \frac{abc^3}{60}$, $I_0 = \frac{abc}{60}(a^2 + b^2 + c^2)$.

7 Determine o momento de inércia de um cone reto circular, de densidade constante igual a 1, raio da base igual a r e altura h , com respeito ao seu eixo.

Resp. $\frac{1}{10}\pi hr^4$.

8 Calcule o volume do sólido limitado pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ acima do parabolóide $x^2 + y^2 = 3z$.

Resp. $\frac{19}{6}\pi$.

9 Calcule o volume do sólido limitado pela superfície de equação $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = x$.

Resp. $\frac{1}{3}\pi$.