



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br>

Lista de Exercícios N° 2 : Cálculo III (2012.2)

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 Determine o momento de inércia em relação ao eixo Y de uma placa de densidade constante $\delta(x, y) = 1$ limitada pela curva $y = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$ e pelo intervalo $\pi \leq x \leq 2\pi$.

2 Encontre o centro de massa de uma placa fina de densidade $\delta(x, y) = 3$ limitada pelas retas $y = 0$, $y = x$ e pela curva $y = x^2 - 2$.

3 Encontre o centro de massa, os momentos de inércia em relação aos eixos coordenados e o momento de inércia polar de uma placa triangular limitada pelas retas $y = x$, $y = -x$ e $y = 1$ se a densidade da placa é dada por $\delta(x, y) = 1 + x + y$.

4 Uma lâmina fina no plano XY de densidade $\delta(x, y) = 5x$, ocupa a região de maior área limitada pela elipse $x^2 + 4y^2 = 12$ e a parábola $x = 4y^2$. Calcule a massa dessa lâmina.

5 Uma lâmina plana é limitada, no plano XY , pela parábola $y = x^2 + 1$ e pela reta $y = x + 3$. Sua densidade de massa $\delta(x, y)$, no ponto (x, y) , é proporcional à distância desse ponto à reta $y = x$. Calcule a massa, o centro de massa e o momento de inércia, em relação ao eixo X , dessa lâmina.

6 Uma placa retangular de densidade constante $\delta(x, y) = 1$ ocupa a região do plano, no primeiro quadrante, limitada pelas retas $x = 4$ e $y = 2$. Determine o valor de $a \in \mathbb{R}$ que minimiza o momento de inércia I_a do retângulo em relação à reta $y = a$.

7 Determine o centro de massa de uma lâmina semicircular, sendo que a densidade da lâmina em qualquer ponto $P = (x, y)$ é proporcional à distância entre P e o centro do círculo.

8 Determine o centro de massa de uma lâmina quadrada $ABCD$, de lado $3/2$, sabendo que a densidade da lâmina em qualquer ponto P é o produto das distâncias de P a \overline{AB} e a \overline{BC} .

9 Calcule I_x , I_y e I_0 para a lâmina que tem a forma da região limitada pelos gráficos de $y = x^{1/3}$, $x = 8$ e $y = 0$, cuja densidade é dada por $\delta(x, y) = y^2$.

10 Uma lâmina no plano XY é limitada dentro da circunferência $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ e fora da circunferência $x^2 + y^2 = 4$. Calcule a massa da lâmina se a densidade da mesma é dada por $\delta(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1/2}$.