



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática



Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Prova 1: MA11 - Números e Funções Reais

João Pessoa, 21 de maio de 2022

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

1 (2.5 pts) Use o Princípio da Boa Ordem para mostrar o Princípio de Indução Generalizado.

Princípio de Indução Generalizado: Sejam $a \in \mathbb{N}$ um número natural qualquer e P uma propriedade referente aos números naturais. Suponha que se verificam as duas afirmações abaixo:

(1) $P(a)$ é verdadeira;

(2) $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq a : P(k) \text{ verdadeira} \implies P(k+1) \text{ verdadeira}$.

Então, $P(n)$ é válida para todo $n \geq a$.

Solução: Seja $X = \{x \in \mathbb{N} : x \geq a, P(x) \text{ é falso}\}$

2 (2.5 pts) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função crescente tal que, para todo x racional, tem-se $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ constantes. Prove que se tem $f(x) = ax + b$ também se x for irracional.

3 (2.5 pts) Mostre que para todo $n \in \mathbb{N}$ vale a igualdade abaixo:

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

4 (2.5 pts) Resolva as inequações seguintes:

(a) $\frac{|x-2|+|x+4|}{|x+2|+|x-4|} \geq 0$

(b) $\frac{(x-2)(x+4)}{(x+2)(x-4)} \geq 0$