

Introdução à Dinâmica de Populações

C.F.B.Palmeira (PUC-Rio) e P.J. Almeida (UFRJ)

O estudo das populações é uma das abordagens fundamentais da Biologia matemática, não somente pela importância de se compreender as variações de abundância dos organismos, mas também para o entendimento dos fenômenos ecológicos de escalas maiores, como comunidades e ecossistemas. Interações entre populações, diversidade de espécies, e funcionamento de ecossistemas são processos em escalas diferentes, mas cada vez mais interligados. A dinâmica populacional possui hoje princípios básicos estabelecidos, mas ainda assim tem importantes questões a serem respondidas, muitas delas através da modelagem matemática, onde as equações diferenciais desempenham um papel fundamental como o instrumento para o estudo das dinâmicas resultantes. Modelos matemáticos em outras ciências são usados corriqueiramente, como na Economia ou na Física, quando comparadas à Ecologia. Particularmente, na academia brasileira, a modelagem matemática tem muito a oferecer na compreensão dos fenômenos ecológicos, e na formulação de novas teorias, mas é ainda relativamente pouco utilizada entre nós. Adicionalmente, e em contrapartida, a multiplicidade dos problemas ecológicos reais traz a necessidade de novos desenvolvimentos teóricos para a matemática, seja através do desenvolvimento de novas soluções numéricas, ou mesmo de novas formas de soluções analíticas. Dessa forma, o caráter específico dessa linha de pesquisa se beneficia cada vez mais com uma formação interdisciplinar de pesquisadores e alunos.

Uma população pode ser estudada a partir de um modelo simples. Neste minicurso começaremos com os modelos exponencial ($P' = aP$) e logístico ($P' = aP(1 - P/K)$), acrescentando a seguir os termos de predação ($P' = aP(1 - P/K) - g$), importantes para os modelos de manejo de pesqueiros, florestas, e pastagens. Consideraremos $g = cte$, $g = bP$, $g = bP/(P+c)$, $g = bP^2/(c+P^2)$, que são os mais usados na literatura. A partir dos modelos mais simples iremos introduzir o conceito ecológico de redes tróficas.

Uma rede trófica se caracteriza pela seqüência de relações pela qual a energia passa, considerando-se diferentes níveis da pirâmide alimentar, a saber: o recurso, e os

consumidores, onde o último nível trófico pode ser chamado de predador de topo e pode ser modelada por equações diferenciais como no clássico exemplo de Volterra-Lotka.

No decorrer do curso outros modelos serão apresentados, como os modelos SIR e SEIR de propagação de doenças, que levam a sistemas não lineares de equações diferenciais.

Para compreensão da dinâmica resultante das equações, alguns conceitos básicos de análise dos fluxos serão apresentados como: plano de fase, ponto de equilíbrio, linearização na vizinhança de um ponto de equilíbrio (casos em que é possível), e suas aplicações em descrições qualitativas.

A partir do estudo qualitativo das dinâmicas geradas pelas equações torna-se possível discutir alguns conceitos ecológicos importantes, que serão introduzidos no mini-curso: fenômenos como efeitos do controle tipo Top Down, ou Bottom Up, regime transiente, ciclos populacionais, dinâmica populacional caótica.

Bibliografia:

Almeida, P. J.; Vieira, M. V. ; Palmeira, C.F. 2010. Newton e a gravitação...das populações. *Ciência Hoje* 270: 26-31

Berryman, A. A. 2002. Population: a central concept for ecology? *Oikos* 97: 439-442.

Gotelli, N.J.; *Ecologia*. 2007. Editora Planta, 4a. edição, Londrina

Hastings, A. (1997) *Population Biology: Concepts and Models*. New York: Springer-Verlag.

Strogatz, S. H. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. *Westview*. Cambridge.

Shone, R. *Economic Dynamics*, Cambridge University Press, 2002.

Weiss, H. 2009. *A Mathematical Introduction to Population Dynamics*. Coleção: Colóquio Brasileiro de Matemática 27º - 2009.