

APLICAÇÕES DE COMBINATÓRIA INFINITÁRIA EM ANÁLISE E TOPOLOGIA

SAMUEL GOMES DA SILVA *

Resumo

Todo estudante de matemática que possua algum interesse em combinatória (de conjuntos finitos) conhece aplicações interessantes de argumentos combinatórios: demonstrações baseadas em grafos, em colorações de grafos, no Princípio da Casa dos Pombos, ou, mais geralmente, baseadas em “contagens”. Neste minicurso, estaremos interessados em argumentos combinatórios envolvendo conjuntos infinitos, isto é, em princípios de combinatória infinitária.

Como “aquecimento”, discutiremos com bastante detalhe as noções de “enumerável”, “não-enumerável” e “de cardinalidade do *continuum*”. Em seguida, estudaremos versões infinitas do Princípio da Casa dos Pombos, observando que algumas generalizações desse princípio para o caso infinito são verdadeiras - enquanto outras são falsas. Utilizaremos algumas dessas versões infinitas para estudar pontos de acumulação de subconjuntos não-enumeráveis da reta. Também utilizaremos argumentos combinatórios para mostrar que um determinado espaço topológico, de construção elementar, não é um espaço metrizável. Havendo interesse e tempo, ao final do minicurso poderemos discutir – no contexto de resultados de consistência e independência – determinados princípios combinatórios consistentes da Teoria dos Conjuntos, como a Hipótese do Contínuo, o Axioma de Martin e o Princípio Diamante, e algumas de suas surpreendentes conseqüências.