

# DESCOBRINDO OS MISTÉRIOS DAS CÔNICAS A PARTIR DE CONSTRUÇÕES COM RÉGUA E COMPASSO E DOBRADURAS

Márcia de Lima Almeida

[marcia.bio@bol.com.br](mailto:marcia.bio@bol.com.br)

Universidade do Estado da Bahia - UNEB

Murilo dos Santos

[Murilo\\_dossantos@hotmail.com](mailto:Murilo_dossantos@hotmail.com)

Universidade do Estado da Bahia - UNEB

Silvério de Brito Oliveira

[silvérioibce@yahoo.com.br](mailto:silvérioibce@yahoo.com.br)

Universidade do Estado da Bahia - UNEB

Tiago Cardoso Silveira

[tiago\\_ibce@hotmail.com](mailto:tiago_ibce@hotmail.com)

Universidade do Estado da Bahia - UNEB

## RESUMO

A teoria das cônicas com origem no século IV a.C. desenvolveu-se ininterruptamente até os dias atuais: vários aspectos, caracterizações, propriedades, relações com outras áreas do conhecimento foram sendo estudadas ao longo dos tempos.

E, associado à história dessas curvas, temos Apolônio que nasceu na cidade de Perga, região da Panfília (atualmente Turquia) por volta de 262 a.C. e viveu, aproximadamente, até 190 a.C.

O estudo das cônicas foi obtido seccionando um cone circular reto de uma folha com um plano perpendicular a uma geratriz do cone, obtendo três tipos distintos de curvas, conforme a seção meridiana do cone fosse um ângulo agudo, um ângulo reto ou um ângulo obtuso.

Este trabalho abordará a construção destas através das ferramentas mais utilizada em nossos estudos, régua, compasso, dobraduras e barbantes que são capazes de oferecer condições de construir, testar, validar hipóteses, analisando passo a passo da construção.

*Palavras-chave:* Cônicas; régua e compasso.

## **APRESENTAÇÃO**

Podemos dizer que as curvas cônicas estão entre as mais exaustivamente estudadas desde a antiguidade. Não é de se estranhar que esse interesse seja tão antigo. Suas propriedades, muitas já conhecidas pelos gregos, desempenham um papel importante em vários domínios da Física, como Astronomia, Ótica e Acústica, da Engenharia e Arquitetura e atualmente exercem um papel de primordial importância no desenvolvimento da tecnologia.

Apesar de toda a sua importância histórica e de seu relevante papel no desenvolvimento tecnológico moderno, o estudo das cônicas na nossa escola básica acabou ficando restrito ao Ensino Médio, a mercê de uma única abordagem a partir da Geometria Analítica, e reduzindo-se a simples manipulação e/ou memorização de fórmulas. Esta abordagem leva a um certo desprezo em relação ao tema pelos alunos, sentimento compartilhado, quem sabe, pelos próprios professores, que podem não estar inteirados de outras propriedades nem de outras formas de obtenção e construção dessas curvas. Torna-se, portanto, mais difícil transmitir aos seus alunos seja a beleza, a importância ou a utilidade desses conceitos em aplicações reais. Já que cada aplicação real de cônicas possui diferentes dados iniciais, fica evidenciada a necessidade de propor outros enfoques para o estudo destas curvas.

Partimos do ponto de vista de que a principal dificuldade para que se comece a pensar em reverter esta situação reside, principalmente, nas deficiências na formação básica do professor de matemática, aliada à falta de acesso a bibliografia de apoio adequada ao seu nível e a uma desvalorização dos aspectos geométricos que embasam determinado objeto e/ou conceito matemáticos.

É nesse sentido que esta oficina visa contribuir para a reversão deste quadro. Modificando e aprofundando as concepções dos cursistas e, mostrando outras abordagens possíveis para o tema.

## **JUSTIFICATIVA**

A educação não pode ter como objetivo a simples transmissão de informação para o aluno. Deve garantir-lhe a autonomia de pensamento, capacidade de tomar

iniciativa e de desenvolver o pensamento crítico e a criatividade, para viver em uma sociedade em constante e acelerado processo de informação e tecnologias.

É fundamental acreditar que o indivíduo é capaz de construir seu próprio conhecimento, embora necessite de conceitos e orientações já fornecidas, como um processo de aprendizagem.

Nesta oficina, por considerarmos o homem agente da construção de sua aprendizagem, abordaremos o encanto das cônicas por meio de construções, estimulando-os a agir reflexivamente, trocando idéias e opiniões sobre as possíveis soluções, analisando e construindo seus próprios conceitos significativos sobre as cônicas, de forma a procurar a valorização de seu conhecimento anterior e tecnológico, mostrando a importância no desenvolver da capacidade.

## **OBJETIVOS**

- Aprofundar conhecimentos específicos à cerca das cônicas em Matemática.
- Mostrar diferentes abordagens possíveis para um estudo mais profundo e rico desses objetos matemáticos.
- Integrar os conteúdos abordados com tópicos da Matemática do Ensino Médio.
- Conduzir a visualização de conceitos geométricos através de material concreto e do recurso computacional.
- Conscientizar os participantes sobre a possibilidade do uso de programas computacionais de geometria dinâmica como recurso educacional em sua disciplina.
- Unir aspectos geométricos do plano e do espaço com aspectos analíticos, desvendando a beleza e despertando o gosto pela matemática.

## **METODOLOGIA**

Discutiremos as definições de cônicas no espaço como resultado da interseção de um cone circular reto com um plano oblíquo ao seu eixo, sugerindo que a partir de algumas planificações. Uma vez concluída a apresentação dos diversos aspectos será demonstrada a equivalência entre as definições trabalhadas no plano e no espaço.

No segundo momento abordaremos as definições usuais de elipses, parábolas e hipérbolas, por meio de construções concretas, discutindo a partir delas as principais propriedades métricas e refletoras de cada curva cônica no plano. Para essas construções, serão empregados régua e compasso.

No momento seguinte, as mesmas construções serão obtidas por meio de simulações computacionais, utilizando-se para isso os recursos disponíveis no programa de Geometria Dinâmica Geogebra. A partir dessas construções, serão obtidas as definições das curvas como lugar geométrico de pontos no plano, suas equações analíticas e, a partir das conjecturas surgidas após explorações dinâmicas feitas com o auxílio do computador, serão novamente trabalhadas as principais propriedades das cônicas, agora sob outra ótica. Apresentaremos também uma definição geral de cônica fazendo um breve estudo a respeito da excentricidade destas curvas.

### **RECURSOS**

- Papel EVA;
- Papel A4;
- Régua;
- Compasso;
- Lápis;
- Borracha;
- Tesoura;
- Cola de EVA;
- Data show.

### **AVALIAÇÃO**

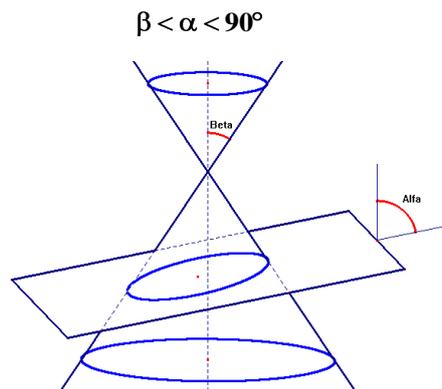
A avaliação da turma será realizada na participação e no desempenho das atividades propostas durante a aula.

### **CÔNICAS**

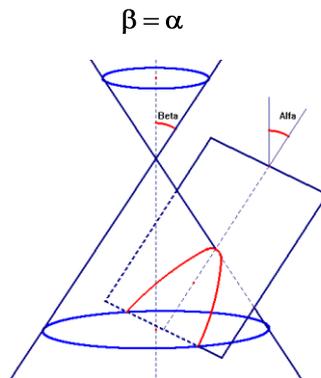
Se um plano que não contém o vértice P nem é perpendicular ao seu eixo interceptar o cone, três diferentes curvas podem ser obtidas: **elipse**, **parábola** e **hipérbole** através da interseção desse plano com a superfície cônica. Tais curvas são denominadas **cônicas**.

O ângulo  $\alpha$  que esse plano forma com o eixo vertical determinará qual o tipo de cônica que será formada quando interceptamos um determinado cone.

Quando o ângulo  $\alpha$  é maior que  $\beta$  e menor que  $90^\circ$ , a curva obtida será uma **Elipse**.

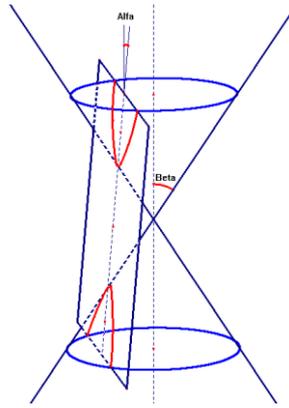


Quando o ângulo  $\alpha$  é igual a  $\beta$ , a curva obtida será uma **Parábola**.



Quando o ângulo  $\alpha$  é menor que  $\beta$  e maior que zero, a curva obtida será uma **Hipérbole**

$0 \leq \alpha < \beta$



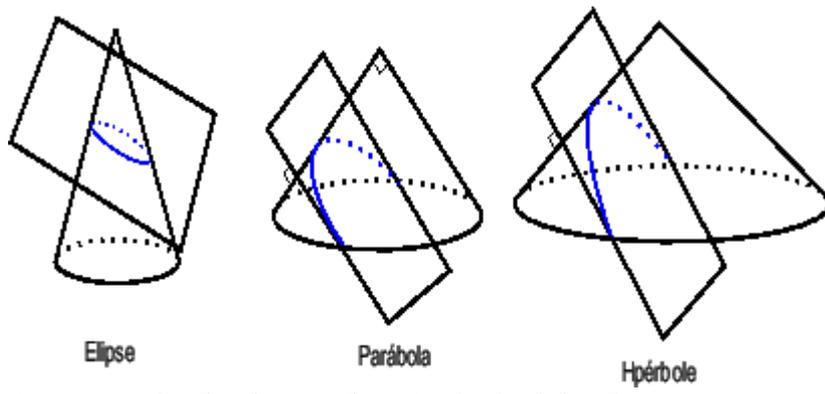
## **CONCLUSÕES**

Este trabalho procura mostrar que a combinação de construções concretas com simulações computacionais oferece uma abordagem bem balanceada para o estudo das cônicas. Esperamos que as sugestões e os modelos propostos possam ser usados como material complementar para formação de professores e alunos além de servir como motivação adicional para integração e utilização de ferramentas computacionais no ensino.

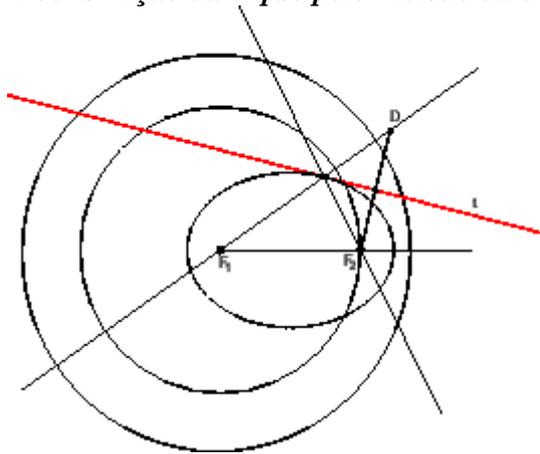
Acreditamos que a opção por múltiplos enfoques tem maior probabilidade de despertar uma motivação legítima no aluno, além de tornar o estudo do tema em questão mais abrangente e aumentando a compreensão das definições e dos conceitos geométricos envolvidos neste estudo. Além disso, a construção de modelos usando Geometria Dinâmica permite o exame de uma ampla variedade de exemplos, favorecendo o estabelecimento de conjecturas razoáveis e mostrando caminhos a serem seguidos para a obtenção da necessária prova matemática dessas suposições.

Procuramos neste trabalho fornecer somente alguns exemplos e sugestões de atividades simples, passíveis de desenvolvimento em sala de aula.

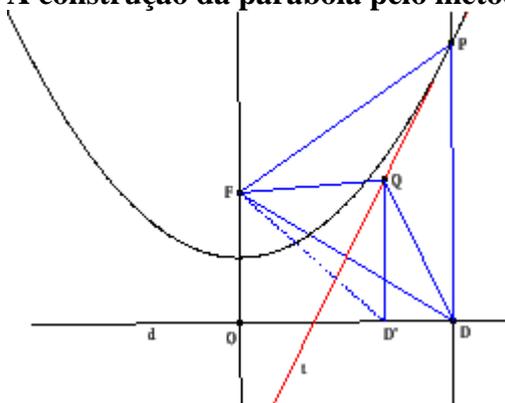
## **ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NA OFICINA**



*A construção da elipse pelo método da dobradura*



**A construção da parábola pelo método da dobradura**



**A construção da hipérbole pelo método da dobradura**

