

COLORINDO MAPAS

WANDERSON ALEKSANDER DA SILVA OLIVEIRA* & KARLA POLYANA SILVA FALCÃO†

1 Introdução

O puzzle com o qual trabalharemos neste minicurso é conhecido nos Estados Unidos pelos nomes de Baguenaudier ou *chinese rings*. Já aqui no Brasil, é conhecido como Anéis Chineses. O jogo foi criado, segundo sua lenda, por um general que queria entreter a tropa durante os intervalos da guerra. Wikipedia é a fonte. A primeira vez que foi estudado a fundo foi por Eder Lucas, criador do problema das Torres de Hanoi e primeiro a mostrar uma solução consistente. Interessante é que a solução dada por ele (e que será discutida aqui) pode ser usada tanto para o problema dos Anéis Chineses quanto para as Torres de Hanói.

O jogo consiste numa barra fixa com várias argolas entrelaçadas, e um garfo que está preso nessas argolas, iniciando numa configuração determinada. O objetivo é soltar o garfo da barra fixa.

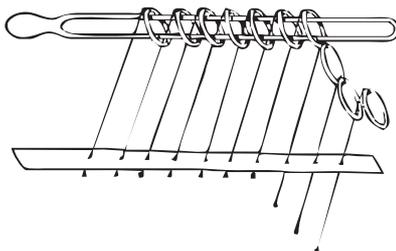


Figura 1: Uma configuração das Argolas Chinesas

Primeiramente, definimos o que é um movimento do jogo: é alterar a posição do garfo com respeito às argolas, ou seja, aplicar um movimento é colocar ou retirar uma argola no garfo. Um dos problemas da outra representação do problema é definir quando uma argola está dentro ou não do garfo, que neste segundo modelo é representado por uma corda. Portanto, também fica difícil definir o que é um movimento. No nosso caso, utilizaremos apenas o caso tradicional, em que o garfo é fixo.



Figura 2: Outra representação física do problema das argolas chinesas

Para não ser necessário manipular o jogo o tempo todo, podemos abstrair o jogo da seguinte forma: associamos a cada argola o número 1 ou 0. Se a argola estiver dentro do garfo associamos a 1 e associamos a 0 se não estiver.

*Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, PE, Brasil, w.aleksander@bol.com.br

†Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, PE, Brasil, karlatahan@gmail.com.br

Além disso, o algarismo da esquerda sempre representa a argola mais externa (ou mais fácil de ser mexida). Cada posição está bem representada então e um movimento será uma alteração em um dos dígitos.

Por exemplo: Na configuração anterior, na figura 1, estamos na posição 0001111111.

Entretanto, só com a manipulação (ou para os de boa visão espacial) vemos que só dois tipos de movimentos são possíveis:

1. Alterar o primeiro algarismo a qualquer momento;
2. Alterar o primeiro dígito após o primeiro 1, da esquerda pra direita.

Tente mostrar porque só esses dois movimentos são possíveis.

Já que aprendemos quais são os movimentos permitidos, podemos agora nos preocupar em determinar qual o número mínimo de movimentos para retirar o garfo das argolas. Denotaremos por $\mathcal{A}(t)$ o número mínimo de movimentos para soltar o garfo de t argolas. Começemos com o caso de 7 argolas, mais simples:

$$\mathcal{A}(7) = 1111111 \xrightarrow{\mathcal{A}(5)} 0000011 \xrightarrow{1} 0000010 \xrightarrow{\mathcal{A}(5)} 1111110 \xrightarrow{\mathcal{A}(6)} 0000000$$

Generalizando essa idéia, temos que:

$$\mathcal{A}(n) = 111111 \dots 1 \xrightarrow{\mathcal{A}(n-2)} 0000 \dots 011 \xrightarrow{1} 0000 \dots 010 \xrightarrow{\mathcal{A}(n-2)} 1111 \dots 110 \xrightarrow{\mathcal{A}(n-1)} 00000 \dots 00$$

Conseguimos portanto nossa primeira relação de recorrência:

$$\mathcal{A}(n) = \mathcal{A}(n-1) + 2\mathcal{A}(n-2) + 1 \tag{1.1}$$

Vejamos como essa recorrência obtida nos ajuda a obter valores para o número mínimo de movimentos nos primeiros casos:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mathcal{A}(n)$										

Tabela 1:

Referências

- [1] LOVÁSZ, L. & PELIKÁN, J. & VESTERGOMBI, K. - *Matemática Discreta*, SBM, 2003.
- [2] *Quatro Cores e Matemática*, II Bienal da SBM ,UFBA.
- [3] <http://www.atractor.pt/matviva/geral/t5cores/T4C.htm>.
- [4] http://www.congresscentral.com.br/cnmac2009/pub/arquivos/585_a976_PolyUFF.pdf.

[5] http://pt.wikipedia.org/wiki/Sete_pontes_de_Koenigsberg.

[6] <http://algoritmos.tiagomadeira.net/os-grafos-e-o-orkut>.

[7] http://www.ici.unifei.edu.br/luisfernando/arq_pdf/palestras/tres_problemas_sobre_grafos.pdf.