

EXISTÊNCIA E DEPENDÊNCIA CONTÍNUA DE SOLUÇÕES DE EDO'S ATRAVÉS DO TEOREMA DA FUNÇÃO IMPLÍCITA

RONALDO B. ASSUNÇÃO* & PAULO C. CARRIÃO†

Equações diferenciais são fundamentais para a compreensão de muitos problemas de matemática e de suas aplicações às outras ciências. Por exemplo, já no século XVII Newton e Leibnitz utilizaram a teoria do Cálculo para resolver problemas sobre o movimento de partículas e também de planetas. E a longa história desse assunto continua a se desenvolver até a atualidade, com importantes aplicações na engenharia de controle e automação. Dois dos resultados mais importantes da teoria de equações diferenciais ordinárias (EDOs) são o teorema de existência de solução para o problema de Cauchy e o teorema sobre a diferenciabilidade contínua da solução em relação às condições iniciais. Em muitos livros sobre esse assunto as demonstrações são apresentadas separadamente. Em primeiro lugar, o resultado de existência é obtido pelo Teorema de Picard-Lindelöf, que usa o método das aproximações sucessivas e o teorema de pontos fixos para contrações; em seguida, o resultado de dependência contínua e diferenciável é demonstrado usando o lema de Gronwall. O objetivo principal destas notas é demonstrar os dois resultados de uma só vez, através de uma aplicação bem estruturada do teorema da função implícita.

No que diz respeito ao teorema da função implícita, necessitamos de uma versão para espaços de Banach. Dessa forma, seguimos a sugestão de Lima em [2] e apresentamos uma demonstração baseada no texto de Kolmogorov e Fomin em [1] que segue, sem modificações essenciais, do correspondente teorema para espaços vetoriais de dimensões finitas. Além disso, para que o texto seja relativamente completo em vista do objetivo, enunciamos muitos resultados que se encontram disponíveis de forma detalhada na literatura, como por exemplo o teorema do ponto fixo para contrações, inspirado no artigo de Palais em [3]. Por fim, é importante ressaltar que a demonstração do resultado principal baseia-se no interessante artigo de Robbin em [4].

Referências

- [1] A. N. KOLMOGOROV, S. V. FOMIN, *Elementos da Teoria das Funções e de Análise Funcional*, Editora Mir, Moscou, 1982.
- [2] E. L. LIMA, *Análise no espaço \mathbb{R}^n* , Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1970.
- [3] R. S. PALAIS, *A simple proof of the Banach contraction principle*, J. Fixed Point Theory Appl. 2 (2007) 221–223.
- [4] J. W. ROBBIN, *On the existence theorem for differential equations*, Proc. Amer. Math. Soc. 19 (1968), 1005–1006.

*Universidade Federal de Minas Gerais; e-mail: ronaldo@mat.ufmg.br. Parcialmente apoiado pela Fapemig (Projeto CEX APQ-00748-08).

†Universidade Federal de Minas Gerais; e-mail: carrion@mat.ufmg.br