Universidade Estadual do Ceará- UECE
Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central
Curso: Licenciatura plena em Matemática

Sistemas de Numeração Antigos.

Autora: Patricia Aires Pedroza.
Orientador: MS Antonio Grangeiro Filho.

Quixadá-CE, 05 de Agosto de 2010.

ÍNDICE

Introdução – Sistemas de Numeração Antigos 03

1 . Sistema de Numeração Sumérios.....04
A Numeração dos sábios da Babilônia 06

2 . Sistema de Numeração Egípcio 08
Numeração Hieroglífica 08
Numeração Hierática 10

3. Sistema de Numeração Grego 12
Numeração Ática 14
Numeração Alfabética 16

4 . Sistema de Numeração Chinês 18
Sistema Posicional Chinês 20

5 . Sistema de Numeração Romano 22

6 . Sistema de Numeração Maia 24

INTRODUÇÃO

A história dos números é convergente de argumentos que a ciência é produto de toda humanidade, não de uma só civilização, mas de vários povos, não só de uma época, mas de vários tempos, não só de uma classe social, mas de todos que contribuem na divisão social do trabalho.

Veremos que as civilizações antigas suméria, egípcias, grega, chinesa, romana e maia, conseguiram chegar a abstração e elaborar seus sistemas de numeração, é importante observar que civilizações muito diferentes e distantes tomaram muitas vezes os mesmos caminhos e chegaram a resultados semelhantes. No inicio elas utilizam um sistema de numeração não posicional, para representação dos números era necessário uma exagerada repetição de símbolos idênticos, estas repetições geravam muitos erros, esses símbolos eram a princípios concretos, somente quando o homem conseguiu a abstração, ele evoluiu e criou um sistema posicional, através dele foi possível a representação de qualquer número, utilizando uma pequena quantidade de símbolos, esses progressos foram acontecendo muito lentamente, demorando até séculos para uma acontecer uma pequena modificação.

Apesar da dependência dessas noções e de seus isolamentos, por força da distância, ao abstrairmos o desenvolvimento do conceito de número natural e a sua simbolização, estas civilizações parecem como um todo convergendo para um sistema de numeração decimal. Tal sistema foi concretizado na Índia no século V d.C. e a partir dele a humanidade aprendeu muito facilmente a contar e a operar os números. Somente a abstração dos indianos permitiu a humanidade entender facilmente as coisas concretas da natureza. Infelizmente o tempo não nos permitiu abordar aqui o sistema Hindu.

O Trabalho tem como fonte de pesquisa quase exclusiva do livro Os Números: a história de uma grande invenção de Georges Ifrah.

Sistemas de Numeração Antigos

Sistema de Numeração Sumério

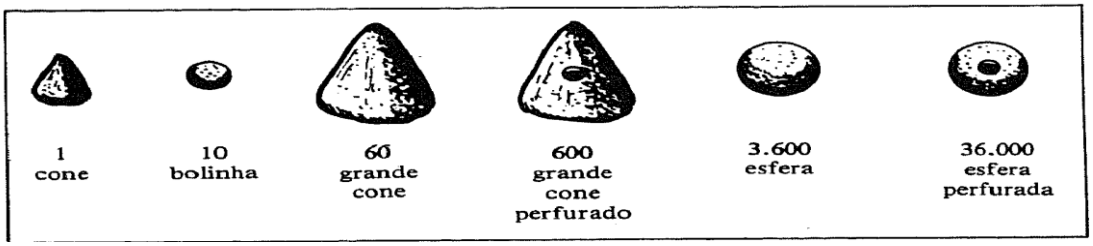
As pedras desempenharam um papel muito importante na nossa história, pois foram utilizadas pedras de vários tamanhos para designar as unidades simples, e as ordens consecutivas. Porém não era fácil não encontrar pedras de tamanhos e formas regulares. Os calculis (pedras contas) foram usados do IX ao II milênio a.C.

Este sistema foi aperfeiçoado e em vez de pedras a civilização suméria utilizava a terra mole para modelar pequenos objetos de medidas e formas geométricas diversas. Em meados do quarto milênio a.C. a civilização antiga suméria elaborou um sistema de contagem.

Estamos por volta do ano 3500 a.C., esta civilização encontra-se bastante urbanizada. Utilizam um sistema de contagem derivado método das "pedras contas". Na nossa visão esse sistema não apresenta uma base, tal como afirma o autor do livro que tomamos fonte de pesquisa para nosso trabalho. Pois em uma base temos as unidades simples e as potências da base.

O sistema dos sumérios era representado da seguinte forma: uma unidade simples por um pequeno cone, uma dezena por uma bolinha, sessenta unidades por um cone grande, o número 600 (= 60x10) por um cone perfurado, 3.600 (60x60=60^2) por uma esfera, o número 36.000 (60^2x10) por uma esfera perfurada.

Objetos utilizados no cálculo

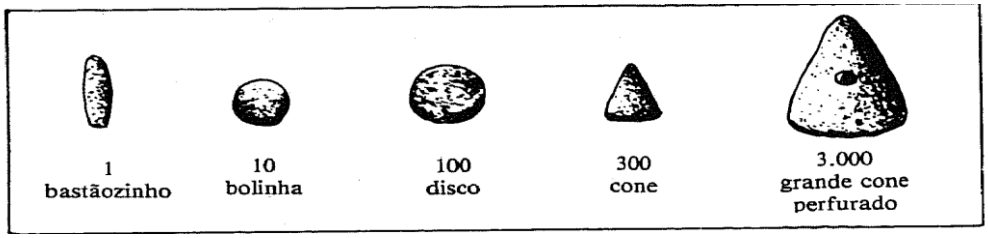


Até 3.500 a.C., essas fichas eram feitas de argila, somente em 3.300 a.C., os contadores sumérios passaram a simbolizar as fichas de argila por marcas de tamanhos e formas variadas, gravadas em esferas e a partir de 3.250 unicamente em tabletes de argila**.**

Assim os sumérios simbolizavam: o pequeno cone que representava a unidade por um talho fino, a bolinha marcando a dezena por uma pequena marca circular, o grande cone das sessenta unidades por um talho grosso, o grande cone perfurado que vale 600 por um talho grosso munido de uma pequena marca circular, a esfera que vale 3.600 por uma grande marca circular, a esfera perfurada representada o número 36.000 por uma grande marca circular munida de outra pequena.

Porém os algarismos não foram utilizados para fazer cálculos, mas apenas para memorizar quantidades, sendo os cálculos efetuados de maneira concreta. Os algarismos sumérios nunca permitiram a prática de um “cálculo escrito”

Os elamitas também elaboraram um sistema semelhante aos sumérios, porém eles utilizavam um pequeno bastão para uma unidade simples, uma bolinha para 10, um disco para 100, um cone para 300(= 60x5) e um grande cone perfurado para 3.000 (=300x10=60x5x10).

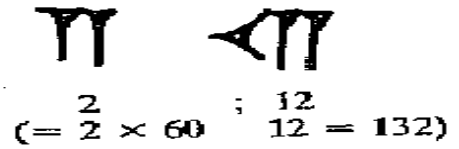


A numeração dos sábios da Babilônia

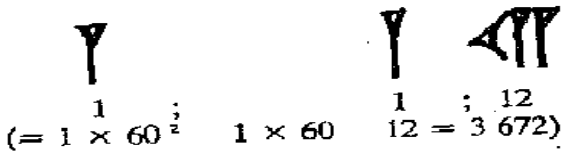
No início do II milênio antes da nossa era os sábios babilônios sucessores dos sumérios na Mesopotâmia inventaram um extraordinário sistema de numeração. Eles elaboram um sistema posicional, é posicional porque existe uma correspondência entre a ordem do grupo e a ordem de sua representação. Por exemplo, podemos estabelecer a ordem de escrita da esquerda para a direita representando primeiro os elementos não agrupados, em seguida, os grupos de primeira ordem, depois os de segunda ordem, e assim por diante. A numeração dos matemáticos e astrônomos da Babilônia. Foi uma das mais admiráveis da antiguidade. Ela era de fato posicional fundada na base sexagesimal.

Esta numeração utiliza somente dois algarismos: um “cravo” vertical representando a unidade e uma “asna” associada ao número dez.

Os números de 1 a 59 eram representados por justaposição, repetindo cada um desses dois signos tantas vezes fosse necessário. Todavia, para além de 59, a escrita torna-se posicional. Exemplo para representar 132 e 3.672:

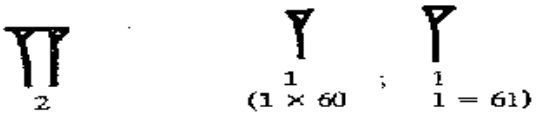


2 grupos de 2ª ordem, 12 grupos de 1ª ordem



1 grupo de 3ª ordem, 1 grupo de 2ª ordem e 12 grupos de 1ª ordem

Ela, no entanto comportava vários inconvenientes, devido ao fato de possuir apenas dois símbolos e não possuir o símbolo para representar o zero, conceito necessário quando é usado o princípio posicional, o que gerou muitos erros. Assim, a notação do número 2 podia ser confundida com a do número 61, por exemplo.



1 grupo de 2ª ordem, 1 grupo 1ª ordem

Durante mais de quinze séculos os matemáticos e os astrônomos babilônios ignoraram o zero. Por volta de 1200 a.C. eles ainda ignoravam este conceito. Tentaram vencer esta dificuldade deixando um vazio no lugar aonde viria faltar uma potência de 60. Porém o espaço era esquecido pelos escribas distraídos. Além disso, era difícil simbolizar a ausência de duas ou várias ordens consecutivas.

Finalmente, todas estas ambiguidades desapareceram no século III a.C., quando inventaram um signo para marcar o vazio

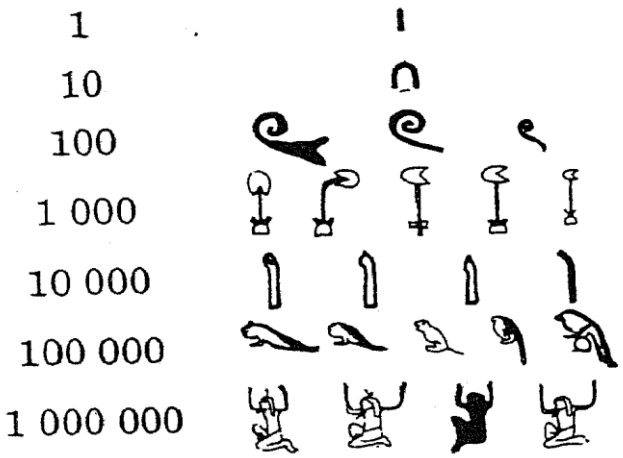
. Os sábios da Babilônia foram os inventores da primeira numeração escrita estritamente posicional e o mais antigo zero da história.

Sistema de Numeração Egípcio

- **Numeração Hieroglífica**

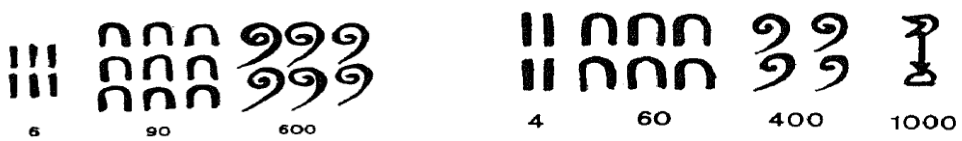
Por volta do ano 3000 a.C., os egípcios inventaram uma escrita e um sistema de numeração escrita, a numeração hieroglífica. Os hieróglifos egípcios são todos tirados da fauna de flora do Nilo e é apenas produto da civilização egípcia.

Desde seu surgimento a numeração egípcia permite a representação dos números além de um milhão.



Os algarismos hieroglíficos egípcios.

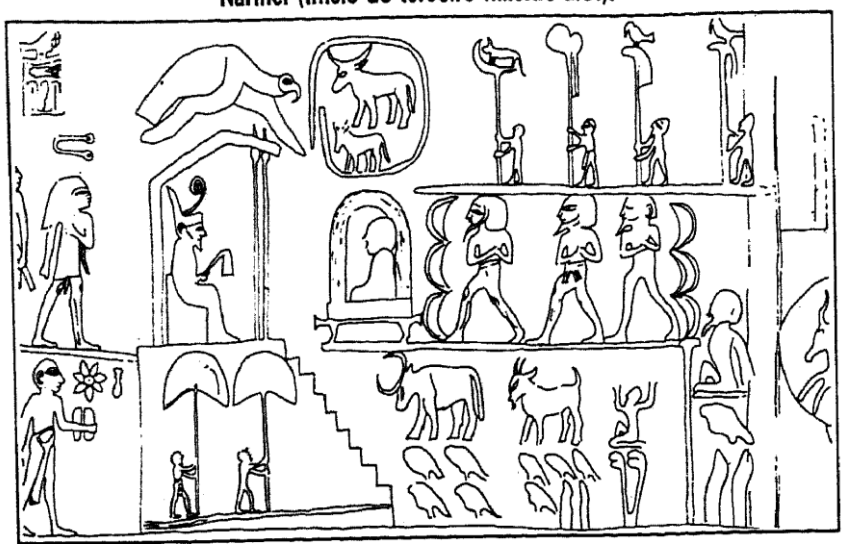
Para representar os números, os egípcios se limitavam a repetir o algarismo de cada classe decimal quantas vezes fossem necessárias, eles procediam na ordem dos valores decrescestes. No início a representação egípcia era arcaica, mas a partir do século XXVII a.C., os desenhos desses hieróglifos se tornaram mais minucioso e regular.



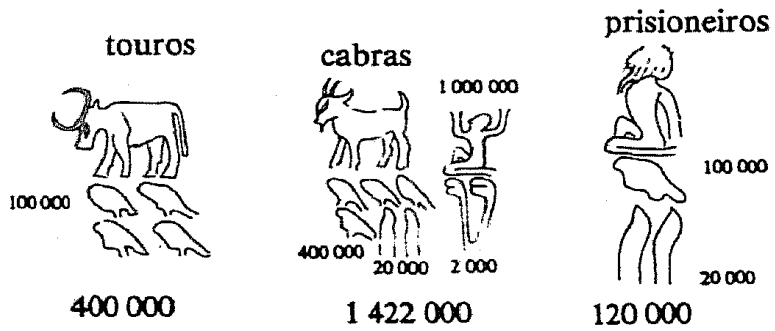
Em Hierakonpolis (cidade muito antiga na margem esquerda do Nilo) foi descoberta uma clava com algumas inscrições. Ela construiu um dos mais antigos testemunhos arqueológico conhecidos da escrita e da numeração hieroglífica egípcia, e pertenceu a Narmer, rei que unificou o Baixo e o Alto Egito por volta de 2900 a.C.

Além do nome de Narmer esta clava comporta as representações numéricas correspondentes ao montante do resgate em cabeças de gado e ao número de prisioneiros provavelmente trazidos por esse soberano em suas expedições vitoriosas.

Desenvolvimento plano da cabeça de clava do rei Narmer (início do terceiro milênio a.C.).

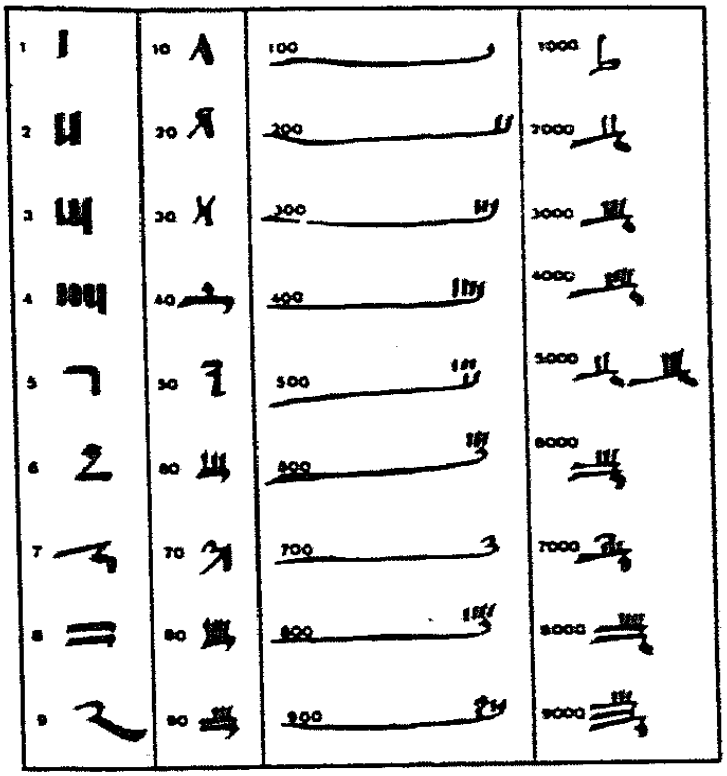


Enumeração (provavelmente fantasiosa, destinado a glorificar o rei Narmer). A contagem é feita da seguinte forma: ”400.000 touros, 1.422.000 cabras, 120.000 prisioneiros”.



Numeração Hierática

Todavia a numeração hieroglífica exigia uma exagerada repetição de signos idênticos para a representação dos números. Um sistema desses deixava muito a desejar para aqueles que, como os escribas egípcios, desejavam ganhar tempo. Por isso, desse a época do Antigo Império (séc. XXVII-XXIII a.C.) os escribas egípcios procuraram simplificar ao máximo o grafismo e os algarismos originais, para chegar a uma notação numérica abreviada, conhecida como numeração hierática. Os escribas dos faraós chegaram a uma notação simplificada, atribuindo um signo particular aos seguintes números:

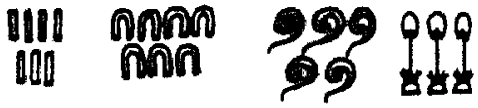


Os algarismos hieráticos egípcios.

Foram introduzidos assim nove signos especiais para as unidades simples, nove outros para as dezenas, nove as centenas, e assim por diante. Esse sistema permitia aos seus usuários uma economia de símbolos, porém exigia um grande esforço da memória para guardar todos os signos. Para

escrever o número 3.577, bastavam quatro algarismos (em vez dos vinte e dois exigidos pelo sistema hieroglífico): bastava justapor os algarismos 3.000, 500,70 e 7:

NOTAÇÃO HIEROGLÍFICA



7 70 500 3 000

3 577

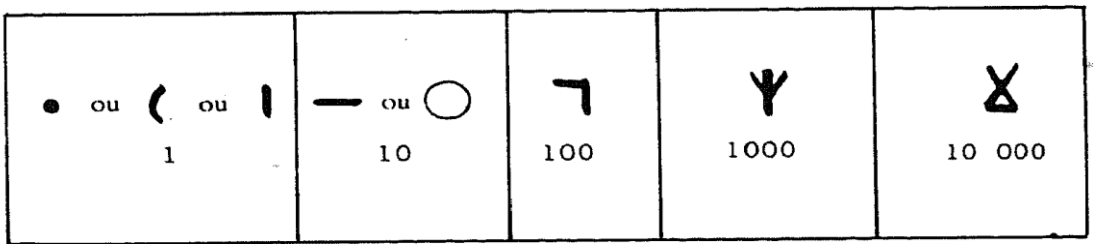
NOTAÇÃO HIERÁTICA

7 70 500 3 000

3 577

Sistema de Numeração Grego

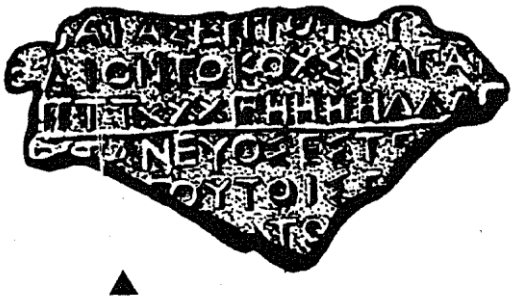
Os primeiros símbolos numéricos gregos foram derivados dos cretenses. Ela foi decimal e só atribuía signo gráfico especial a unidade e a cada uma das primeiras potências de sua base. No tempo de Homero (século IX- VIIII a.C.), os símbolos eram os seguintes:



Porém a representação dos números exigia uma exagerada repetição de signos idênticos, pois assim como os egípcios para representar os números intermediários eles se limitavam a repetir cada um desses signos quantas vezes fossem necessárias.

Estas repetições (que podem explicar os múltiplos erros dos escribas da época) levaram os gregos a acrescentar algarismos suplementares a sua lista inicial. A partir do século VI a.C., eles simplificaram sua notação numérica introduzindo um algarismo especial para 5, 50, 500 e depois para 5.000 e assim por diante.

Surge assim o sistema de notação numérica ático desde o século V a.C. ao século I a.C.. Foram abandonadas aos poucos as antigas formas gráficas de seus números para substituí-las por letras alfabéticas correspondendo cada uma a inicial de número. Eles passaram a representar: a unidade por um traço na vertical, o número 5 pela inicial de PENTE (que significa cinco), a dezena pela letra (delta), antiga inicial de DEKA, “10”, a centena pela letra (teta), inicial de HEKATON, que significa “cem”, 1.000 pela letra (Khi), inicial de KHILIOI, “mil”, o número 10.000 pela letra (Mu), inicial de MURIOI, “dez mil”.

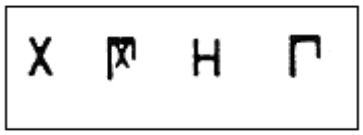


Inscrição grega (fragmento) proveniente de Atenas, datando do século V a.C. Figura na terceira linha a notação da quantia de 3 talentos e 3.935 (+ x ?) dracmas.

1 I	100 H	10 000 M
2 II	200 HH	20 000 MM
3 III	300 HHH	30 000 MMM
4 IIII	400 HHHH	40 000 MMMM
5 Γ	500 ⊓	50 000 ⊓M
6 ΓI	600 ⊓H	60 000 ⊓MM
7 ΓII	700 ⊓HH	70 000 ⊓MMM
8 ΓIII	800 ⊓HHH	80 000 ⊓MMMM
9 ΓIIII	900 ⊓HHHH	90 000 ⊓MMMM
10 Δ	1 000 X	
20 ΔΔ	2 000 XX	
30 ΔΔΔ	3 000 XXX	
40 ΔΔΔΔ	4 000 XXXX	
50 ⊓	5 000 ⊓	
60 ⊓Δ	6 000 ⊓X	
70 ⊓ΔΔ	7 000 ⊓XX	
80 ⊓ΔΔΔ	8 000 ⊓XXX	
90 ⊓ΔΔΔΔ	9 000 ⊓XXXX	

Sistema de notação numérica das inscrições da Ática, atestado desde o século V a.C. até o início da era cristã.

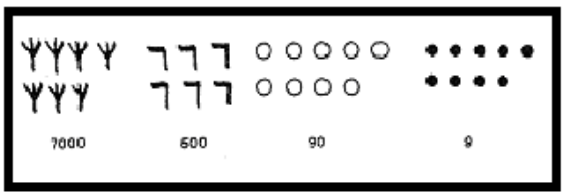
Exemplos da representação dos números:



1.000 500 100 5

10.000 1.000 500 100 30 6

Deste modo, eles conseguiram representar os números de forma abreviada, através de uma pequena quantidade de algarismos, por exemplo, para o número 7699 era preciso recorrer trinta e um símbolos. Todavia, a partir desse momento, bastava apenas quinze.



Numeração Alfabética Grega

No final do século IV, inicio do século III a.C. foram encontrados os primeiros testemunhos da numeração grega alfabética. Os matemáticos gregos sentiram a necessidade de simplificar sua escrita dos números e para isso eles utilizaram as letras consecutivas do seu alfabeto.

Para tanto, eles contaram com as vinte e quatro letras de seu alfabeto, acrescentando o dígamo, o san e o qoppa três signos de origem fenícia. Em seguida eles dividiram estes vinte e sete signos em três classes de unidades segundo uma base decimal.

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
A	α	alfa	1	I	ι	iota	10	P	ρ	rô	100
B	β	beta	2	K	κ	capa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	T	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	M	μ	mi	40	Y	υ	ípsilon	400
E	ε	épsilon	5	N	ν	ni	50	Φ	φ	phi	500
⊏	ϛ	dígamo	6	Ξ	ξ	csi	60	X	χ	khi	600
Z	ζ	dzeta	7	O	σ	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
H	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	Ϟ	ϟ	qoppa	90	⋔	ϡ	san	900

Numeração alfabética grega: um uso inteiramente análogo ao das letras numerais hebraicas.

Para representar os números intermediários, os gregos utilizaram justaposição, justapondo as letras numerais das diferentes ordens de unidades. Para os números de 11 a 19, por exemplo, foi usada a letra iota (=10), sendo colocadas a sua direita as letras representando as unidades de 1 a 9:

IA IB IE IZ
11 12 15 17

Do mesmo modo, para o numero 645 foram justapostas, nesta ordem, as letras khi (=600), mi (=400), e épsilon (=5):

X M E
600 40 5

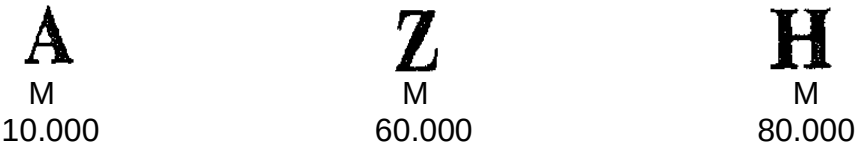
Para diferenciar num texto estas letras-números das letras comuns, elas foram encimadas por uma barra horizontal:

$\overline{Z}$ $\overline{IE}$ $\overline{OH}$ $\overline{PB}$
6 15 78 102

Para representar os números de 1000 a 9000, tomou-se as nove letras da classe das unidades simples, munida cada uma de uma espécie de acento colocado do lado superior esquerdo:

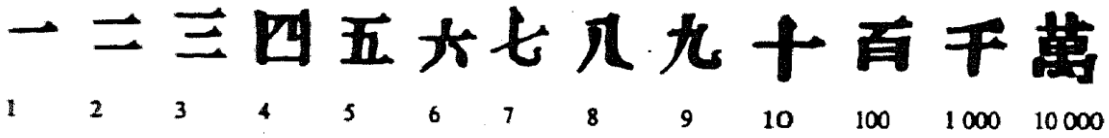
O acento multiplicador por 1.000 era omitido quando o contexto indicava claramente a ordem da grandeza desejada. No final da Antiguidade e início da Idade Média foram inventadas as letras minúsculas gregas.

Para representar números maiores que 10.000 era usado símbolo M (miríade) de 10.000 abaixo do numeral a ser multiplicado.



Sistema de Numeração Chinês

No inicio do primeiro milênio a.C., os chineses elaboraram a numeração escrita da qual ainda se servem até hoje. Sua base é decimal e utiliza o princípio multiplicativo. Ela compreende treze signos fundamentais, associados respectivamente aos seguintes números:

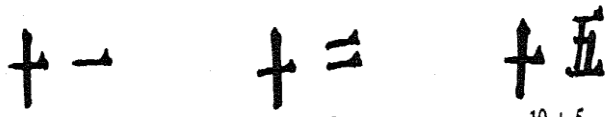


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Os signos numéricos chineses não passam de uma notação bastante simples “por extenso” dos números correspondentes. O grafismo desses signos variou no curso dos tempos. Estes signos não constituem “algarismos” propriamente, mas caracteres completamente ordinários da escrita chinesa tratam-se por seguinte de uma representação gráfica das treze palavras monossílabas existentes na língua chinesa para designar as nove unidades e as quatro primeiras potencias de dez.

yī	èr	sān	sì	wǔ	liù	qī	bā	jiǔ	shí	bǎi	qiān	wàn
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Os números são sempre expressos do mesmo modo a partir dos treze caracteres fundamentais. Quanto aos números intermediários, representa-se ao mesmo tempo por justaposição e multiplicação. Para os números de 1 a 19 utiliza-se o signo da dezena e se coloca a sua direita os algarismos das unidades correspondentes:



10 + 1 10 + 2 10 + 5

A vintena é representada colocando o número dois a esquerda do signo da dezena:

2 × 10

Para os números de 21 a 29, procede-se do mesmo modo, colocando sucessivamente a direita da representação do número vinte os algarismos das unidades correspondentes:

二十三

2 x 10 + 3

Assim, as dezenas, as centenas, e os milhares e as dezenas de milhar são representadas combinando os signos correspondentes aos das unidades respectivamente associadas:

DEZENAS:		CENTENAS		MILHARES		DEZENAS DE MILHAR	
10	一十 1 × 10	100	一百 1 × 100	1000	一千 1 × 1000	10000	一萬 1 × 10 000
20	二十 2 × 10	200	二百 2 × 100	2000	二千 2 × 1000	20000	二萬 2 × 10 000
30	三十 3 × 10	300	三百 3 × 100	3000	三千 3 × 1000	30 000	三萬 3 × 10 000
40	四十 4 × 10	400	四百 4 × 100	4000	四千 4 × 1000	40 000	四萬 4 × 10 000
50	五十 5 × 10	500	五百 5 × 100	5000	五千 5 × 1000	50 000	五萬 5 × 10 000
60	六十 6 × 10	600	六百 6 × 100	6000	六千 6 × 1000	60 000	六萬 6 × 10 000
70	七十 7 × 10	700	七百 7 × 100	7000	七千 7 × 1000	70 000	七萬 7 × 10 000
80	八十 8 × 10	800	八百 8 × 100	8000	八千 8 × 1000	80 000	八萬 8 × 10 000
90	九十 9 × 10	900	九百 9 × 100	9000	九千 9 × 1000	90 000	九萬 9 × 10 000

Os múltiplos de 10, 100, 1.000 e 10.000 são representados segundo o princípio multiplicativo.

Para representar o número 79.564, escreve-se o símbolo de 10.000 precedido do algarismo para o 7, depois o de 1.000 precedido do algarismo para 9, o de 100 precedido do algarismo para 5, o de 10 precedido de 6 e por último o algarismo para 4.

七 萬 九 千 五 百 六十 四

qī wàn jiǔ qiān wǔ bǎi liù shí sì

7 × 10000 + 9 × 1000 + 5 × 100 + 6 × 10 + 4

79 564

Para escrever números maiores que 100.000 eles utilizaram o símbolo Wan para multiplicar por 10.000.

Exemplo: 123.422

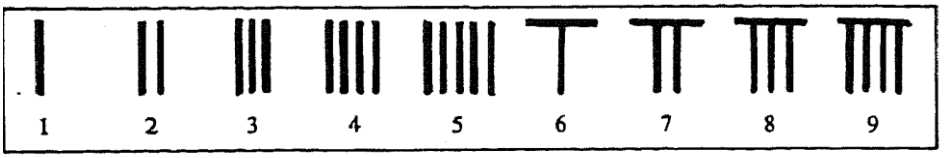
十二 萬 三 千 四 百 二 十 二

12 x 10.000 + 3 x 1.000 + 4 x 100 + 2 x 10 + 2

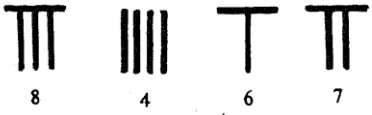
A invenção deste princípio trouxe muitas vantagens, servindo não apenas para evitar repetições exageradas de signos idênticos, como não necessitava memorizar muitos símbolos. Graças a isso, os chineses puderam ampliar consideravelmente os recursos de sua numeração escrita.

Sistema Posicional Chinês

Entre os séculos II a.C. e II d.C. Surge o sistema de numeração posicional chinês, eles forjaram um engenhoso sistema de numeração escrita, combinando regulamente, sobre o principio de posição, barras verticais e horizontais, sua base era decimal, ela conferia uma representação das nove unidades simples.



Os números eram representados segundo o principio posicional.
Exemplo: 8.467

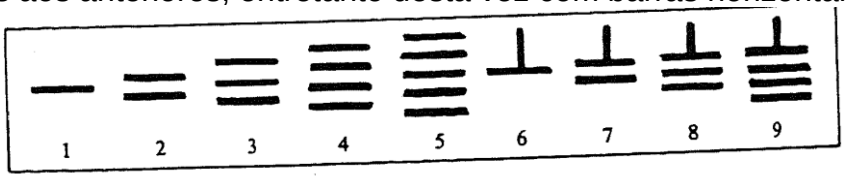


(= 8 × 1 000 + 4 × 1000 + 6 × 10 + 7)

Porém, esta numeração comportava inúmeras ambigüidades, os seus usuários se limitavam a justapor o mesmo número de barras para a representação das unidades simples e das ordens consecutivas.

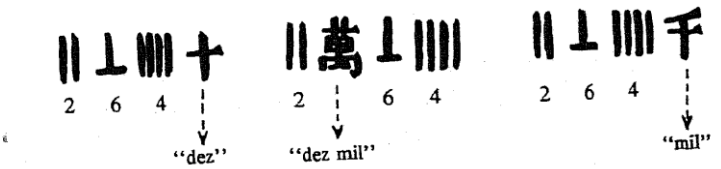
Exemplos:

Para contornar este problema os sábios chineses, tiveram a ideia de introduzir uma segunda notação para as unidades simples, formando signos análogos aos anteriores, entretanto desta vez com barras horizontais.

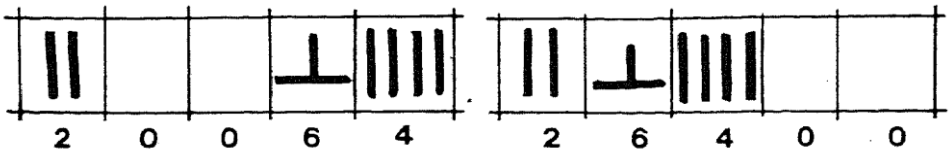


Os chineses alternaram os algarismos da primeira série com os da segunda. As unidades de casa ímpar foram expressas por meio dos “algarismos verticais” (primeira série) e as unidades de casas pares “algarismos horizontais” (segunda série). Com isso essa dificuldade foi resolvida.

Os sábios chineses desconheciam o zero para, solucionar esse problema passaram a deixar um espaço vazio, todavia perceberam que não era eficaz, recorreram aos signos que indicavam potências de dez na numeração chinesa tradicional. Combinando assim sua notação posicional com a “notação por extensão”, eles exprimiam do seguinte modo números como 2.640, 20.064 ou 264.000:



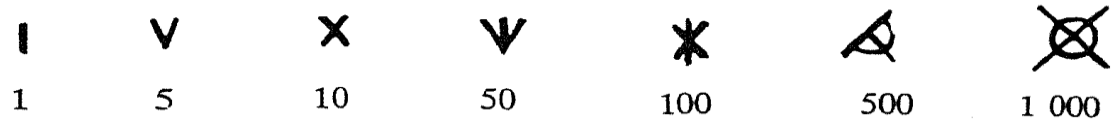
Outros tiveram uma ideia melhor, colocando os números em quadrados e deixando uma casa vazia para cada unidade que faltava.



Apenas a partir do século VIII d.C. aproximadamente, sob a influência dos matemáticos e dos astrônomos de origem indiana, que os sábios chineses passaram a dispor de um zero e todas as dificuldades foram sanadas.

Sistema de Numeração Romano

A numeração romana provavelmente foi uma invenção de pastores, que utilizavam a pratica do entalhe. Os símbolos iniciais romanos foram os seguintes:



1 5 10 50 100 500 1 000

Depois os algarismos de 1,5 e 10 foram representados por as letras I, V e X. O algarismo 50 evoluiu no decorrer do tempo para no século I a.C., ser representado pela letra L, o algarismo para 100 evoluiu e finalmente foi representado pela letra C, o algarismo 500 foi sendo modificado e representado pela letra D e o algarismo para 1.000 sofreu muitas modificações, até ser substituído pela letra M, a partir do século I a.C., sobre influencia da palavra latina Mile.

50

100

500

1.000

Para representar os números, os romanos usam a justaposição e a repetição dos sete algarismos. Para reduzir quantidade de símbolos nas representações numéricas, os romanos introduziram a regra que todo signo numérico colocado a esquerda de valor superior é subtraído dele. Foi assim que os números 4, 9, 19, 40, 90, 400, 900, por exemplo, foram representados

da seguinte forma:

IV	(= 5 − 1)	em vez de	**IIII**
IX	(= 10 − 1)	em vez de	**VIIII**
XIX	(= 10 + 10 − 1)	em vez de	**XVIIII**
XL	(= 50 − 10)	em vez de	**XXXX**
XC	(= 100 − 10)	em vez de	**LXXXX**
CD	(= 500 − 100)	em vez de	**CCCC**
CM	(= 1000 − 100)	em vez de	**DCCCC**

Para representar os números maiores que 3.999 os romanos desenvolveram a seguinte técnica, coloca-se um traço horizontal em cima do número e este passa a ser multiplicado por 1.000 e para representar todos os números compreendidos entre 100.000 e 500.000.00, coloca- se o numero em um retângulo incompleto e valor desse numero é multiplicado por 100.000.

Exemplos:

$$\overline{V} = 5 \times 1.000 = 5.000$$

$$\overline{X} = 10 \times 1.000 = 10.000$$

$$\overline{LXXXII} = 82 \times 1.000 = 82.000$$

$$\boxed{XII} = 12 \times 100.000 = 1.200.000$$

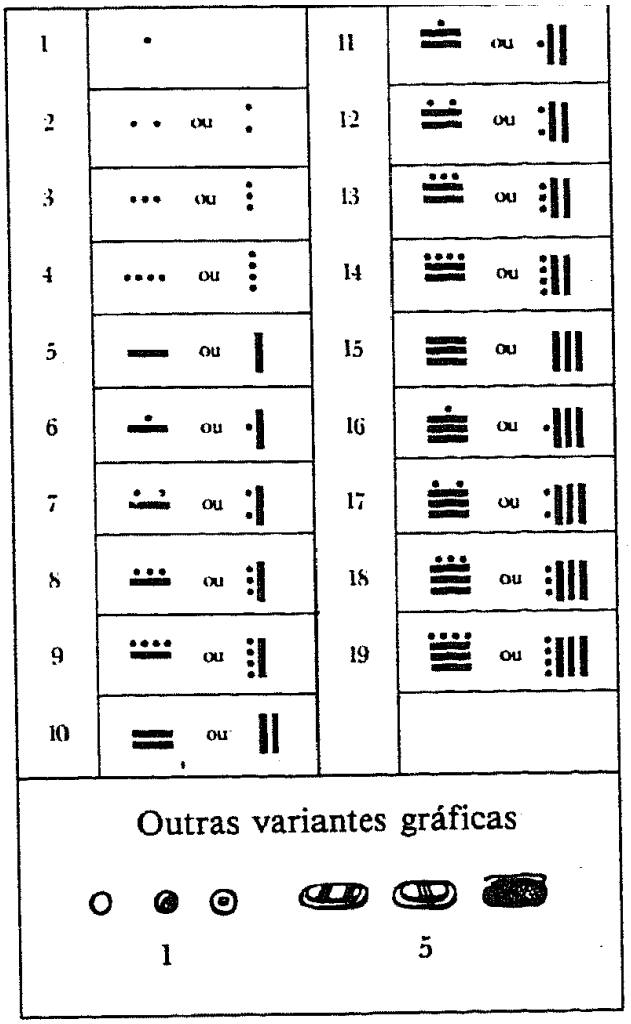
$$\boxed{LVI} = 56 \times 100.000 = 5.600.000$$

$$\boxed{CCC} = 300 \times 100.000 = 30.000.000$$

$$\boxed{MDCLXXVI} = 1.676 \times 100.000 = 167.600.000$$

Sistema de Numeração Maia.

Entre o século III – IV d.C. os maias criaram um sistema de numeração de base visegimal e posicional, cujos símbolos eram os seguintes:

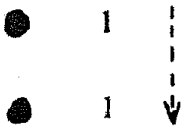


Representação maia dos dezenove primeiros números inteiros.

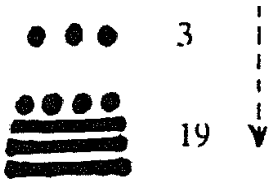
Eles escreviam na vertical de baixo para cima na ordem crescente das potencias de 20, sendo que a potencia de segunda ordem não era 20^2 mais 18 x 20 = 360, possuíam um signo para o zero.

Esta numeração não foi concebida para atender as necessidades do cálculo, ela foi elaborada apenas para satisfazer as necessidades do tempo e das observações astronômicas, por este motivo, os maias mantiveram essa imperfeição na sua segunda ordem, para as posições seguintes voltava o uso da base 20.

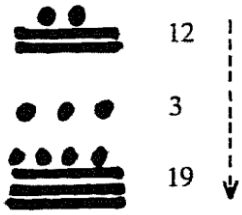
Exemplos: Representação dos números:



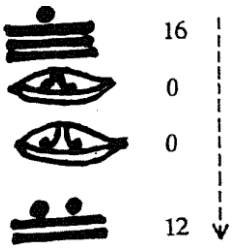
21= 1 x 20 + 1



79 = 3 x 20 + 19



13.465 = 1 x 7.200 + 17 x 360 + 8 x 20 + 15



115.212 = 16 x 7.200 + 0 x 360 + 0 x 20 + 12.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Ifran, Georges.

Os números: história de uma grande invenção O Gerges Ifranh: tradução de Stella Freitas Senra: revisão técnica Antonio José Lopes, Jorge José de Oliveira – 11. ed.- São Paulo: Globo, 2005.