



Universidade Estadual do Ceará- UECE
Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central
Curso: Licenciatura plena em Matemática

Os Números Naturais

Autora: Luciana Magalhães Bastos

Orientador: Prof. Antonio Grangeiro Filho

Quixadá, 05 de agosto de 2010.

ÍNDICE

Introdução.....	01
1. O Conceito de Número.....	03
2. O Principio Fundamental da Contagem.....	05
3. Agrupamento.....	08
4. Criação de Símbolos.....	14
5. Referencia Bibliográfica.....	20

INTRODUÇÃO

O homem desde cedo sentiu necessidade de contar. Logo que a humanidade surgiu o homem começou a observar as coisas e percebeu que existia uma característica comum entre elas.

Através dessa observação surgiu a ideia de utilizar determinados conjuntos para definir outros conjuntos através da correspondência um a um. Vejamos o exemplo do pastor que necessitava saber se seus animais estavam diminuindo. Ele fazia este controle do seguinte modo: toda noite guardava seus animais em uma caverna. Todos os dias a noite ele ficava na entrada da caverna e esperava até que todos os animais entrassem. Para cada animal que entrava ele colocava uma pedra em um monte. No dia seguinte ele fazia o processo inverso. Dessa forma o pastor sabia se seu rebanho estava completo.

Com o passar do tempo ele percebeu que poderia agrupar essas pedras de tal forma que cada grupo fosse equivalente aos dedos das duas mãos juntas. Cada um dos grupos formados constituirão grupos de primeira ordem. Se ao final sobrar pedras com as quais não seja possível formar um grupo equivalente aos dedos das mãos, chamaremos estas de pedras não agrupadas. Em seguida agrupamos novamente os grupos constituídos, como se cada grupo fosse um elemento, formando grupos equivalentes ao conjunto dos dedos das mãos. Para simplificar a notação representemos cada grupo de segunda ordem por uma pedra maior. É possível também que sobre grupos de primeira ordem que não podem ser agrupados. Prossequimos agrupando os grupos de segunda ordem, como de cada grupo fosse um elemento em grupos equivalentes aos dedos da mão. Esse processo pode ser feito até que não seja mais possível formar grupos equivalentes aos dedos da mão. Existia uma correspondência biunívoca entre os conjuntos. De acordo com esse princípio seria mais fácil visualizar a quantidade.

Dessa forma, dados dois conjuntos era possível saber qual o maior, observando apenas o grupo de maior ordem.

As designações dos números eram feitas através de objetos concretos. Com o passar do tempo tornou-se necessário a criação de símbolos. No início eles

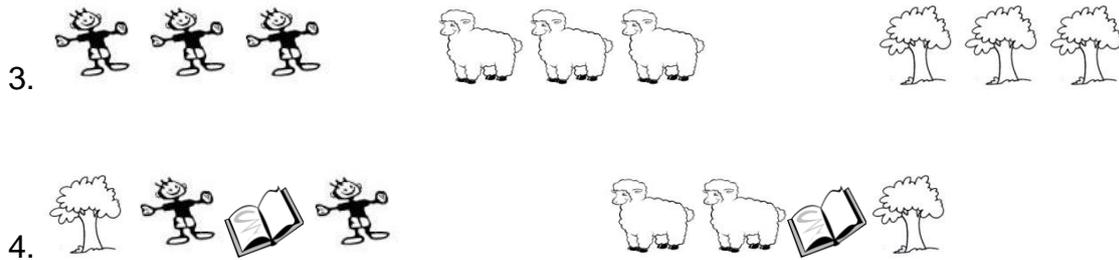
constituíam apenas desenhos. Foi só com o passar do tempo que surgiram símbolos propriamente ditos.

O CONCEITO DE NÚMERO

O primeiro conceito de número que o cérebro humano produziu foi o conceito número natural. Este conceito remonta a época da escrita e até mesmo todas as épocas em que o homem foi capaz de expressar seus pensamentos além da fala e de gestos corporais. Talvez seja um feito tão antigo quanto a descoberta do fogo e do qual não foi possível deixar marcas de sua origem. A idéia de número desenvolveu-se em inúmeros povos isolados, e, portanto independentes, em épocas diversas, sendo em uns mais cedo e em outros mais tarde. Os povos antigos, com exceção dos gregos, antes da era cristã só concebiam o conceito número natural e razões entre números naturais, posteriormente ditos números racionais ou fracionários.

O que é um número? Mesmo a restringindo o conceito de número ao conceito número natural, o que o tornaria extremamente simplificado, não nos permite expressar este conceito em termos de outros conceitos. Ou seja, não podemos responder diretamente esta pergunta, porém podemos compreender sem a menor dúvida o que é um número natural e até o que é um número real. O conceito número natural é uma idéia primeira, não definida, o qual é formado em nosso cérebro por um processo direto de observações repetidas de um aspecto isolado de coisas da natureza. Através de observações podemos perceber este aspecto comum aos conjuntos de objetos, vejamos nas ilustrações seguintes o que há em comum nos conjuntos diversos:





O que há em comum nestes conjuntos de coisas tão distintas, em cada caso, e entre muitos outros exemplos que poderíamos dar é o que compreendemos como número natural. Um conjunto de objetos tem muitas coisas a serem observadas, mas quando comparamos com outro conjunto sempre estamos interessados em algum aspecto dentre os muitos existentes. Como, por exemplo, tamanho, forma, qualidade, quantidade, material, etc. dos elementos do conjunto. Em determinados momentos faz-se sobressair apenas um, que em nosso caso é o aspecto natural. Tomando um dos casos 1,2,3 separadamente poderíamos pensar que o aspecto comum que sobressai é que cada conjunto é constituído por elementos iguais. No entanto, o caso 4 não satisfaz esta condição. Observando os 4 casos em conjunto faz-se sobressair o aspecto número natural. Esta idéia ou conceito é elementar, no sentido de ser primordial, através dela muitos outros conceitos são construídos e através de nenhum outro conceito ela pode ser expressa. Dizemos então que o conceito número natural é um conceito primeiro ou um conceito indefinido, produzido no cérebro humano como produto da relação prática homem-natureza.

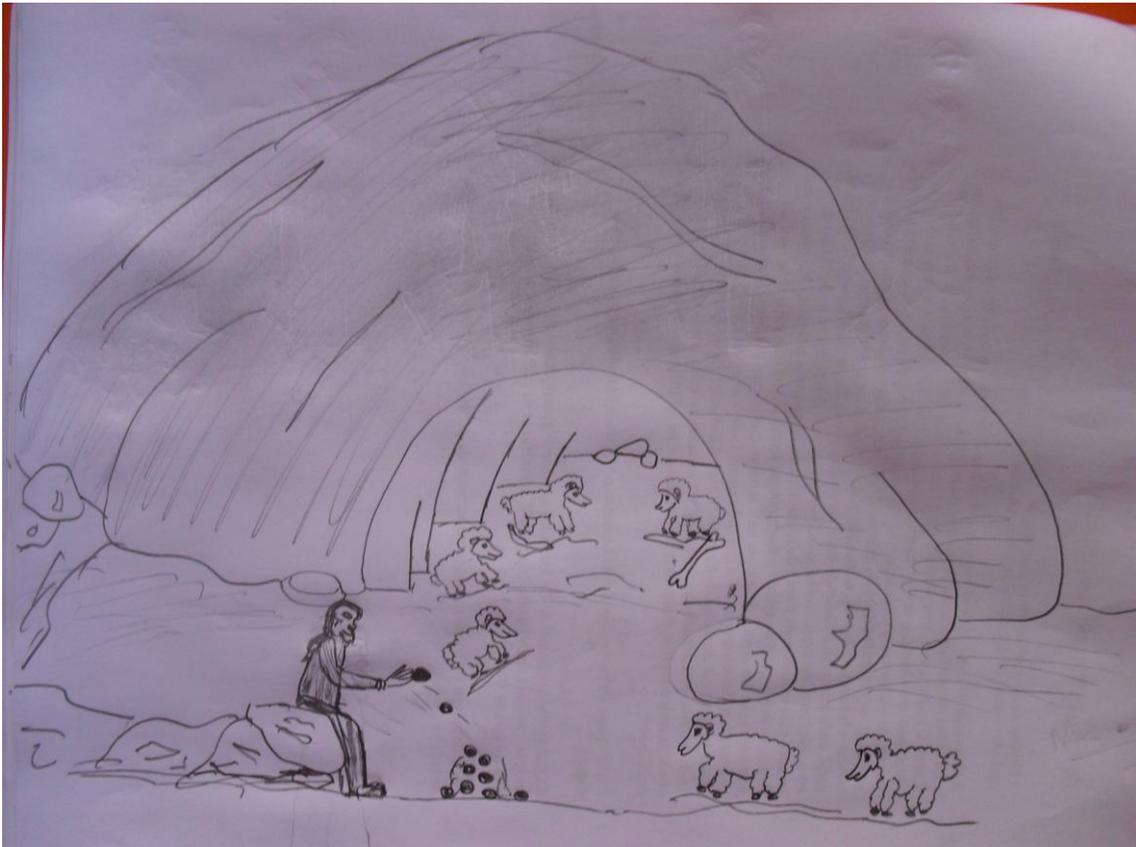
Não é tão comum encontrar o conceito número natural como exposto aqui. Para um grande número de pessoas o conceito em si não importa, já que o que interessa é o seu uso, notação e operações. Outros tentam definir números naturais a partir de outros conceitos indefinidos e incompreendidos. Muitos cometem erro de redundância, definindo número em função de outro conceito e este conceito em função de número, desrespeitando os princípios da lógica. Este erro é típico de dicionário no qual se procura tudo definir. Todas estas atitudes ou são mais complicadas ou geradoras de confusões, portanto, a melhor opção é entender número natural como este algo comum que existe entre conjuntos de coisas, o qual percebemos por meio de reiteradas experiências, sem que possamos definir.

Para que não esteja acostumado com os princípios lógicos da matemática, não definir número natural, parece estranhamente absurdo. Já é conhecido para muitos matemáticos que alguns conceitos são aceitos sem definição, enquanto outros só são aceitos após serem definidos. Um conceito definido é uma idéia compreendida e expressa em dependência de outros conceitos já compreendidos. Um conceito que não é definido é dito um conceito primeiro. Definir um conceito é expressá-lo em termos de outros conceitos compreendidos, com o objetivo de isolá-lo, caracterizá-lo ou determiná-lo, enquanto definição refere-se ao ato de definir.

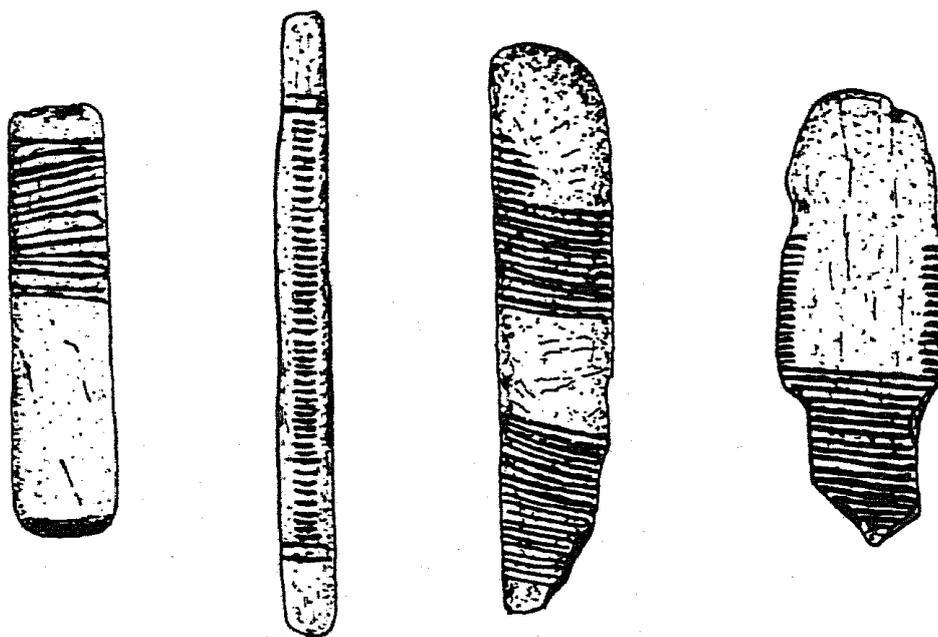
O PRINCIPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

O homem desde muito cedo sentiu a necessidade de contar. E contou através da correspondência um a um, utilizando pedras, pauzinhos, conchas enfim os mais diversos objetos para poder designar objetos e coisas do cotidiano.

Vejamos como exemplo um pastor que guarda seu rebanho todos os dias numa caverna. Ao final do dia o pastor precisava saber se seu rebanho estava completo. Diante do exposto o pastor tem a seguinte idéia: fica na entrada da caverna e cada vez que passa um animal coloca uma pedra em um monte. Toda vez que os animais voltarem do pasto ele ficará na entrada da caverna e a cada animal que passar o pastor fará o processo inverso.



Desse modo, se ao final não sobrar nenhuma pedra é porque todos os animais voltaram do pasto. Se ao contrário, sobrar, é porque algum se perdeu. Se nascer algum é só colocar uma nova pedra no monte. Essa correspondência podia ser feita com conchas, fazendo-se nós em cordas ou produzindo-se entalhes em um pedaço de osso ou madeira.



Os entalhes do Paleolítico Superior (35000 a 20000 a.C.).

Podemos citar também o exemplo de uma tribo da Nova Guiné. Os indígenas saem numa expedição militar contra uma tribo rival. Necessitam fazer o controle de quantos soldados vão lutar e de quantos voltarão vivos. Para tanto utiliza o seguinte procedimento: cada soldado que vai para combate coloca uma pedra em um monte.



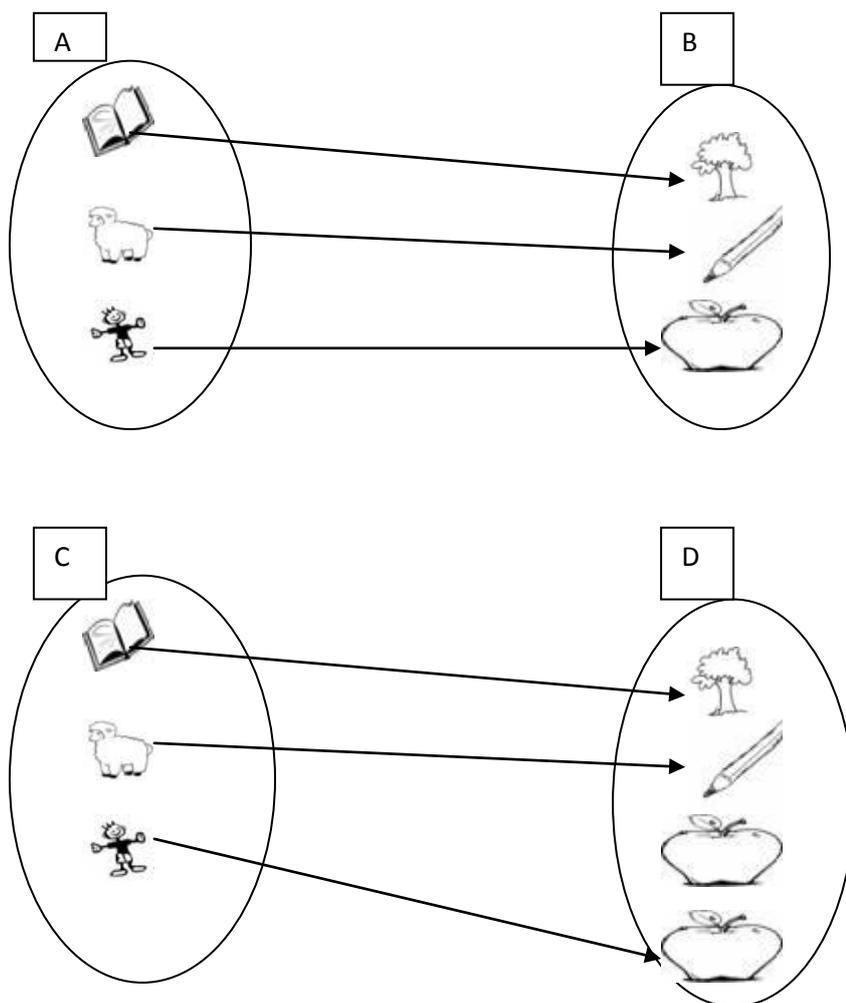
Terminada a batalha cada soldado que volta retira uma pedra do monte. Evidentemente, o número de pedras restante no monte indica os soldados que morreram em combate.

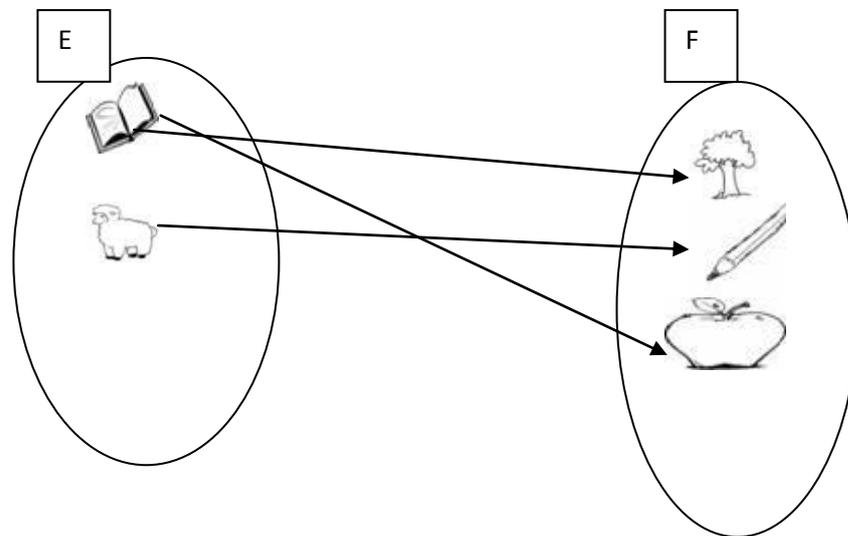
Podemos citar ainda como exemplo de correspondência um a um: o rosário. Não há uma data precisa sobre a origem do mesmo. Em linhas gerais, remonta já os

primeiros séculos da Igreja primitiva. O rosário foi criado com objetivo de facilitar as orações dos fiéis no sentido de fazer com que os mesmos não se atrapalhem na hora de fazer as orações. Consiste em rezar quinze dezenas de "Ave Maria", precedidas cada qual por um "Pai Nosso" e seguidas de um "Glória ao Pai" a cada dezena está associada à contemplação de um mistério, ou seja, de um dos principais acontecimentos da vida de Cristo ou de sua Mãe Santíssima.

Observamos ao entrar numa sala de cinema, dois conjuntos: o das poltronas da sala e o dos espectadores. Sem contar, podemos assegurar se esses dois conjuntos têm ou não igual número de elementos e, se não têm, qual é o de menor número. Se cada assento está ocupado e ninguém está de pé, sabemos sem contar que os dois conjuntos têm igual número. Se todas as cadeiras estão ocupadas e há gente de pé na sala, sabemos sem contar que há mais pessoas que poltronas.

Vejamos no que consiste uma correspondência biunívoca através de conjuntos.





No primeiro percebemos que cada elemento do conjunto A está associado a um único elemento de B e reciprocamente. Portanto não sobram elementos de nenhum dos conjuntos. No segundo caso observamos que sobra um elemento do conjunto D, ele não está associado a nenhum elemento do conjunto C. Enquanto que no terceiro existe um elemento de E que está associado a dois elementos de F.

Analisando os três exemplos concluímos que apenas no primeiro exemplo existe correspondência um a um ou uma correspondência biunívoca. Pois somente no primeiro caso cada elemento de A está associado a um elemento de B.

Correspondência biunívoca consiste em associar a cada objeto de um conjunto, um objeto de outro conjunto, e continuar assim até que ambos os conjuntos se esgotem. A técnica de contagem, em muitos povos primitivos, se reduz precisamente a tal método. No entanto a correspondência biunívoca não pode ser definida em função de outros conceitos, mas é perfeitamente compreendido na prática.

Concluímos através dos exemplos, que foi através da correspondência um a um que a humanidade aprendeu a contar. Fazendo nós em corda, monte de pedras, ou produzindo entalhes em um pedaço de madeira ou osso.

Podemos citar também o exemplo dos soldados indo para guerra. Tomemos dois conjuntos: o dos guerreiros e o dos cavalos. Podemos verificar se esses dois conjuntos têm o mesmo número de elementos comparando-os. Se para cada

homem existir um cavalo, os dois conjuntos têm o mesmo número. Se todos os cavalos já estiverem ocupados com um homem e ainda tiver soldados sem cavalo para viajar então existe um número maior de homens. Se por outro lado, todos os homens tiverem aptos a seguir viagem, cada um no seu respectivo cavalo e ainda tiver animais disponíveis temos que há um número maior de cavalos.

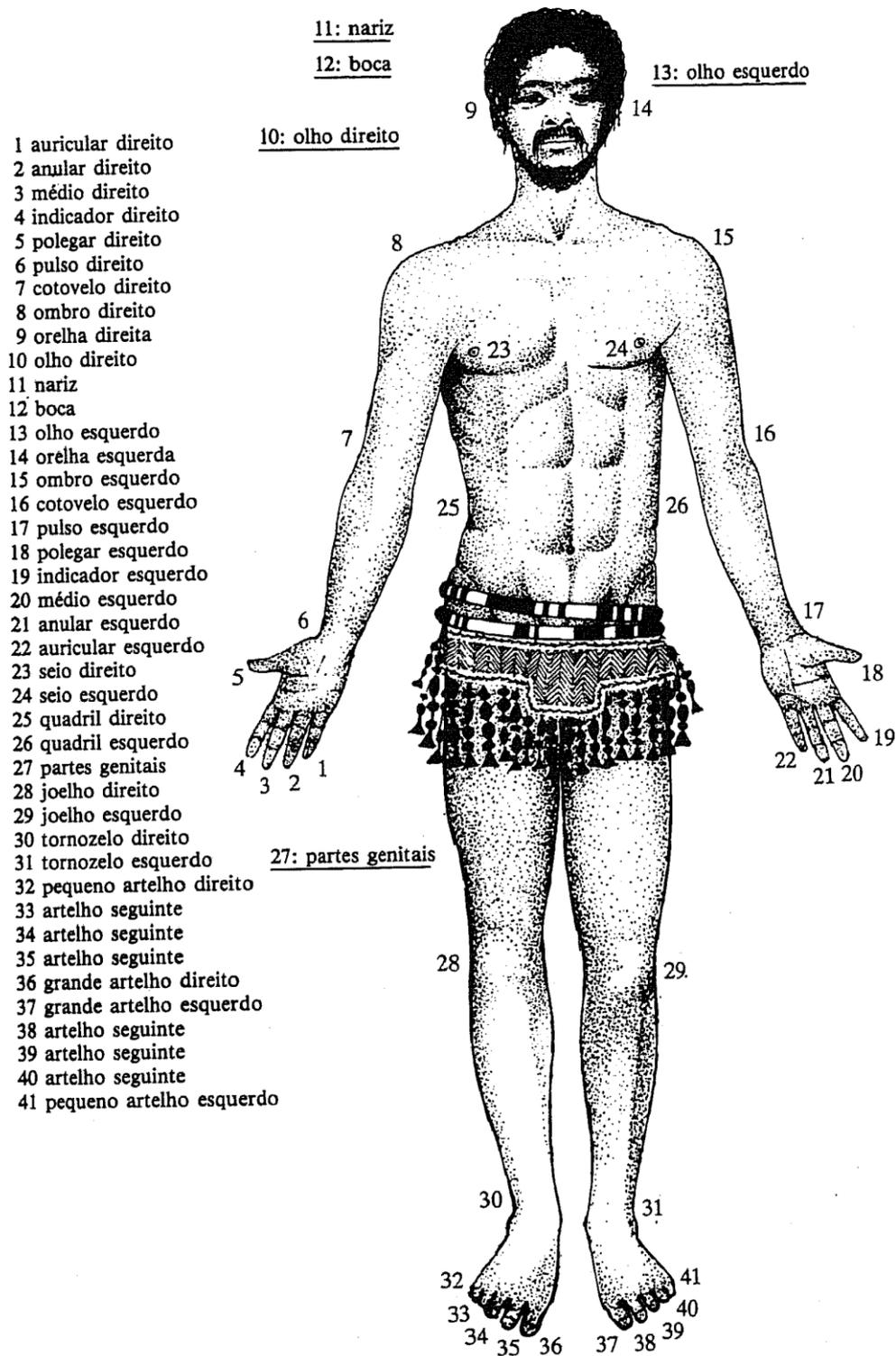
Dessa forma, comparando dois conjuntos é possível ter idéia da quantidade de um através do outro conjunto. Se quisesse ter uma noção da quantidade de cavalos poderia utilizar os homens como padrão e comparar os dois conjuntos. No entanto o número de homens não é fixo, pois depois de uma guerra eles provavelmente vão diminuir. Além do mais nem sempre eles vão estar reunidos para que seja possível usá-los para fazer a comparação.

Percebendo essa dificuldade o homem começou a utilizar os cinco dedos da mão para fazer contagem, depois ampliou para outra mão, podendo dessa forma contar até dez. Só os dedos das mãos tornam-se insuficientes para contar números maiores, então passou também a utilizar os dedos dos pés, chegando a vinte no total.

Esse método é bastante prático e eficiente, tendo em vista que é possível contar a qualquer momento, pois os pés e as mãos estão sempre disponíveis e são quantidades conhecidas. Daí também surgiu a idéia de ordem.

O grupo de indígenas Papua da Nova Guiné utilizaram uma técnica corporal para contar que permitia chegar até 41. Toca-se consecutivamente um por um os dedos da mão direita, em seguida o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho do lado direito. Depois se toca o nariz, a boca, o olho, a orelha, o ombro, o cotovelo e o pulso do lado esquerdo, acabando no dedo mindinho da mão esquerda. Chega-se assim ao número 22. Se for um número maior, acrescenta-se os seios, os quadris e o sexo, depois os joelhos, os tornozelos e os dedos dos pés direito e esquerdo. O que permite atingir dezenove unidades adicionais, ou seja, 41 no total.

Essa ordem utilizada para contar através do corpo humano era fixa. Dessa forma com o decorrer do tempo os indígenas não precisavam mais repetir cada parte do corpo para representar um determinado número. Por exemplo, se ele quisesse dizer que tinha 17 objetos ele dizia apenas: tenho tantos objetos quantos podem haver desde o mindinho da mão direita até o pulso esquerdo.



**O corpo humano: origem da aritmética
(técnica corporal utilizada pelos papua da Nova Guiné).**

AGRUPAMENTO

Com o passar do tempo o homem sentiu cada vez mais a necessidade de representar números maiores. Daí surgiu a necessidade de fazer agrupamento.

Os agrupamentos também foram feitos com pedras. Mas agora com tamanho diferentes e cada uma assumindo valores distintos. A unidade era representada por uma pedra pequena, os dedos das duas mãos por uma pedra um pouco maior, dez vezes os dedos da mão por uma pedra ainda maior e assim por diante.

Assim eles não precisam colocar uma quantidade enorme de pedras para representar números grandes. E também era possível ter uma idéia da quantidade dos objetos.

Em vez de usar pedras, certos povos recorreram à terra mole. Para representar as diferentes ordens de unidades de seus sistemas de numeração, eles modelaram pequenos objetos de medidas e formas geométricas diversas.

Por volta do ano 3500 a.C, antigas civilizações suméria e elamita elaboraram um sistema de contagem. Nesse período já existia a prática das trocas econômicas. E cada vez mais existia a necessidade de registrar as vendas e as compras que se fazia diariamente.

Os sumérios representam os números 1, 10, 60, 600, 3.600, 36.000 do seguinte modo:



Uma unidade simples por um pequeno cone; uma dezena por uma bolinha; sessenta unidades por um cone grande; o número 600 por um grande cone perfurado; o número 3.600 por uma esfera; e o número 36.000 por uma esfera perfurada.

Representa-se os números intermediários reproduzindo-se cada um deles tantas vezes quanto necessário. Assim para designar o número 143, por exemplo, toma-se dois grandes cones, duas bolinhas e três pequenos cones.



Estas fichas de argila são colocadas dentro de uma forma esférica ou ovóide feita de argila e em seguida é lacrada. Quando necessitava saber a quantidade existente dentro da esfera tinha que quebrar a mesma.

Ainda hoje utiliza-se agrupamentos. Durante um jogo de sinuca são usados agrupamentos para designar a quantidade de vezes que cada jogador vence, agrupando de cinco em cinco. Dessa forma ao acabar o jogo no primeiro olhar é possível saber quem venceu.



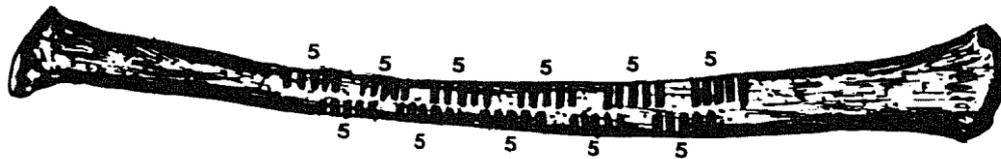
Cada vez mais o homem sentiu necessidade de designar números maiores. Percebeu que poderia agrupar mais vezes e fez do seguinte modo. Os agrupamentos de cinco, como no exemplo supracitado novamente foram agrupados em grupos de cinco, em seguida agrupava-se mais uma vez, e assim por diante.

Os egípcios e gregos agruparam de dez em dez. Os maias e astecas agruparam de vinte em vinte. Os sumerios e elamitas de sessenta em sessenta. Foi dessa forma e seguindo esse princípio que surgiram as bases.

Em certas regiões da África Ocidental, há relativamente pouco tempo, os pastores tiveram o seguinte costume para identificar seus rebanhos. Faziam os animais passarem em fila um a um. Quando o primeiro passava enfiava uma concha num fio de lã branca, após o segundo passar enfiava uma outra, e assim por diante até chegar a dez. Nesse momento desmancha-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas. Novamente recomeçava a enfiar lã branca até a passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma nova concha no fio azul. Quando este tinha dez conchas e cem animais haviam sido contados, desfaziam-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais.

Como foi visto no Princípio Fundamental da Contagem o pastor utilizou a prática do Entalhe para contar seu rebanho. Essa mesma prática também foi utilizada para fazer agrupamentos.

Testemunhos arqueológicos que datam quase trinta mil anos foram encontrados por arqueólogos em 1937, na Checoslovaquia. Trata-se de um rádio de lobo com cinquenta e cinco entalhes divididos em duas séries de grupos de cinco.



No século XII foi descoberto uma técnica de agrupamento muito interessante na civilização Inca. O quipo ou quipu (palavra que na língua Inca quer dizer nó).

Este dispositivo consiste em uma corda principal, a qual estava atados vários cordões, de diferentes cores, reunidos em diversos grupos com diferentes espécies de nó.

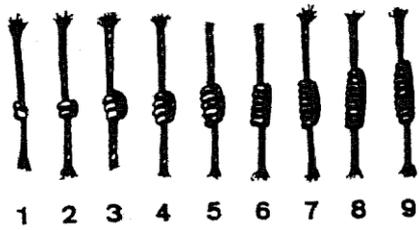


◀ Um quipu inca.



Um quipucamayoc inca manipulando um quipu. ▶

Sua principal utilização era na contabilidade e se fundava numa base decimal. Empregavam a dezena, centena e milhares. De posse de tal conhecimento utilizavam o mesmo princípio que utilizamos hoje para representar um número. Vejamos como eles faziam para representar o número 3.643.



▲
Representação das nove unidades numa corda, pelo método do quipu inca.

►
Representação do número 3.643 numa corda, pelo método do quipu inca.

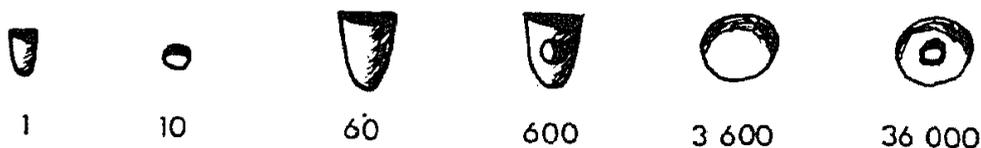


CRIAÇÃO DE SIMBOLOS

Como já foi exposto anteriormente o homem empregou o principio da correspondência um a um para contar. Utilizou pedras, pauzinhos, conchas, entalhes entres outros para poder ter controle de situações cotidianos. Agrupou e criou base. O passo seguinte dessa história foi a criação de símbolos.

Como foi visto anteriormente os sumerios criaram um sistema no qual eles utilizavam objetos feitos de argila e guardavam os mesmo dentro de outra peça e lacravam. Este sistema de contabilidade não é muito prático, tendo em vista que é preciso quebrar a esfera cada vez que queira descobrir o conteúdo.

Mais ou menos 3.300 a.C os sumérios inventaram uma nova maneira para evitar o inconveniente de quebrar a esfera. Contadores tiveram a idéia de simbolizar as fichas guardadas nas esferas, gravadas na parte externa de cada uma delas. Assim, os sumérios simbolizam: a unidade por um talho fino; a dezena por uma pequena marca circular; as sessenta unidades por um talho grosso; o 600 por um talho grosso munido de uma pequena marca circular; 3.600 por uma grande marca circular; 36.000 por uma grande marca circular munida de uma outra pequena.



Temos também os símbolos que foram criados da prática do entalhe. Como foi o caso dos algarismos romanos. No principio eles utilizaram traços verticais para designar os números.



Com o passar do tempo tiveram a idéia de ao chegar a dez traços corta-los horizontalmente.



Dessa forma estava agrupando de dez em dez para poder ter idéia da quantidade existente. Outra forma era mudar o símbolo, ao chegar no decimo traço mudava o sinal representa – o da seguinte forma: ✕ , Para cinco utilizava-se a metade do dez, cortando verticalmente da seguinte forma: ^ Para cinquenta a metade do dez era cortada do seguinte modo: ^ . Para cem o signo do dez agora é cortado na horizontal da seguinte forma: *

Referencia Bibliográfica

Ifrah, Georges

Os números: a história de uma grande invenção O Georges Ifrah: tradução de Stella Maria de Freitas Senra: revisão técnica Antonio Jose Lopes, Jorge Jose de Oliveira.-11. ed.-São Paulo: Globo:, 2005.