V Bienal da SBM
Sociedade Brasileira de Matemática
UFPB - Universidade Federal da Paraíba
18 a 22 de outubro de 2010

CLIQUES, CONJUNTOS ESTÁVEIS E MATEMÁTICA DISCRETA

KATY WELLEN LEÃO * & JALILA RIOS DOS SANTOS †

Resumo

O constante avanço da tecnologia e da acessibilidade da internet possibilitou o que antes era impossível. Atualmente, é fácil se ter contato com pessoas distantes, discutir temas que sejam de comum interesse sem a necessidade de um espaço físico. É, principalmente, por esse motivo, que as redes de relacionamento como Orkut, Twitter e Facebook vêm se tornando comum entre jovens e adultos de todo o mundo.

As ligações que existem dentro dessas interações virtuais, no entanto, vão muito além dessa mera febre. Podemos modelar tais interações por meio de estruturas que são pouco conhecidas até mesmo por alunos da graduação de matemática. Essa modelagem é um exemplo prático da teoria dos grafos, uma abordagem em matemática discreta, ou finita, que de modo geral, é o estudo das estruturas matemáticas que não requerem noção de continuidade e trata de objetos cujas representações geométricas são disjuntas e na maioria das vezes são conjuntos contáveis.

Os grafos são estruturas que se prestam a modelar ligações entre os mais variados tipos de objetos, como redes de relacionamentos. Dentro dessa teoria existe uma classe interessante chamada grafos perfeitos. Essa classe se sobressai por apresentar duas características peculiares, $\alpha-$*perfeição* e $\chi-$*perfeição*: o grafo é denominado perfeito quando possui essas duas características simultaneamente.

As propriedades de um grafo perfeito se mostram importantes nas suas aplicações práticas, que possibilitam que problemas modelados com tais grafos sejam resolvidos com maior agilidade do que com grafos quaisquer. Um exemplo desses problemas é o número cromático que, num um grafo qualquer se apresenta como um problema resolvido computacionalmente em tempo não-polinomial, enquanto que num grafo perfeito o algoritmo é executado em tempo polinomial. Esta classe especial de grafos apresenta ainda um grande número de subclasses, dentre as quais, estão os grafos bipartidos, os intervalares e os cordais, que são os mais conhecidos.

Em 1972, Lóvaz, importante estudioso do assunto, conseguiu provar que todo grafo que contém uma das perfeições, possui também a outra, sendo, dessa forma, considerado perfeito. Fulkerson e Berge, dois estudiosos deste mesmo assunto, demonstraram lemas que ajudaram Lóvaz a provar esse teorema. Neste mini-curso, temos o objetivo de apresentar e demonstrar os lemas e o referido teorema.

Há outro importante teorema sobre grafos perfeitos provado mais recentemente, em 2003 : O Teorema Forte De Grafos Perfeitos; demonstrado por M. Chudnovsky, N. Robertson, P. Seymour e R. Thomas. Contudo não é nosso objetivo demonstrá-lo aqui.

Palavras chaves: Grafos, Clique, Conjuntos estáveis, Grafos perfeitos, Indução Finita.

Referências

[1] GOLUMBIC, M. C. - *Algorithmic graph theory and perfect graphs.*, Academic Press, New York, First edition, 1980.
[2] TUCKER, ALAN - *5.5 Perfect Graphs*, Handbook of graph theory, edited by Jonathan L. Gross and Jay Yellen, CRC Press, 2004, 431-444.

*Universidade federal de Pernambucio, UFPE, PE, Brasil, katywellen@ufpe.br
†Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, PE, Brasil, jalila@dmat.ufpe.br