O uso do GeoGebra na formalização de conteúdos matemáticos Geane dos Santos Santana / UFS geanesanttana@yahoo.com.br V Bienal da SBM / Outubro 2010

O uso do GeoGebra na formalização de conteúdos matemáticos

Resumo

Este Laboratório é destinado a professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio e estudantes de graduação e tem como objetivo apresentar as possibilidades do software livre GeoGebra para trabalhar vários conteúdos matemáticos. Para isso, haverá uma definição sobre o GeoGebra, e sobre como manuseá-lo e ainda serão abordados exemplos e propostas de atividades para serem aplicadas em sala de aula.

Com esse trabalho pretendemos, além de realizar a divulgação do software GeoGebra, incentivar os professores dos ensinos fundamental e médio a utilizarem o laboratório de informática relacionando os conteúdos da Proposta Curricular de Matemática.

Introdução

Com o avanço da Tecnologia, o computador se tornou uma ferramenta indispensável para a sociedade e a escola não poderia deixar de aproveitar este material, utilizando-o de forma a aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. Para Piaget (2006, p.154), "educar é adaptar o indivíduo ao meio social ambiente".

Segundo Borba (1999), os ambientes de aprendizagem gerados por aplicativos informáticos podem dinamizar os conteúdos curriculares e potencializar o processo de ensino e da aprendizagem voltados à "Experimentação Matemática", com possibilidades do surgimento de novos conceitos e novas teorias matemáticas a fim de torná-los aliados importantes na construção do conhecimento.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), o computador pode ser usado nas aulas de Matemática com várias finalidades:

- Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
- Como auxiliar no processo de construção de conhecimento;

- Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
- Como ferramenta para realizar determinadas atividades.

Acreditamos ainda que o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de softwares, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo.

Ao nosso ver, uma boa escolha que pode ser feita com relação a software é o GeoGebra, um programa de Geometria Dinâmica que pode abordar diversos conteúdos matemáticos.

O GeoGebra é um programa de Geometria Dinâmica e de fácil manuseio, além de ser um programa livre (gratuito), o que significa que ele pode ser usado livremente no laboratório de informática das escolas e universidades. Além disso, reune as ferramentas tradicionais de geometria, com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Em outras palavras, o programa tem a vantagem didática de apresentar, simultaneamente, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Além do mais, este software de Geometria Dinâmica permite movimentos interativos que possibilitam ao professor fazer coisas que seriam difíceis de fazer somente com quadro e giz. Assim, professor e aluno podem trabalhar juntos na formalização do conteúdo, com o professor utilizando o software como ferramenta de apoio e o aluno manipulando o mesmo, dentro do processo de construção de conhecimentos.

Vamos exemplificar com uma situação de uma aula de Matemática apenas com quadro e giz. Como o professor poderia fazer o aluno imaginar um ponto se movendo na circunferência e observar a abscissa e a ordenada desse ponto de modo que ele percebesse algumas propriedades do seno e co-seno?

Seja a figura abaixo desenhada no quadro pelo professor:



Se o aluno não consegue imaginar o que o professor pediu, então dificilmente este alcançará seu objetivo. O GeoGebra permite essa possibilidade, do aluno enxergar, dele próprio criar e internalizar muitos conceitos e propriedades.

Abaixo, ilustração do que pode ser feito com o GeoGebra para trabalhar o conteúdo Trigonometria: Ciclo Trigonométrico.



As atividades desse trabalho foram aplicadas em colégios do ensino público na cidade de Aracaju, dentro do Projeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID, promovido pela CAPES.

Interface do software GeoGebra

Vamos conhecer a interface do GeoGebra. Ao abrir o programa aparece uma janela como a seguinte:

Observamos que a janela inicial está dividida em duas: à esquerda a parte algébrica,



que pode ser fechada se necessário, e à direita a parte geométrica. Para reativar a parte algébrica basta ir ao item exibir do menu e clicar em "janela de álgebra". Neste mesmo item, podemos ativar/desativar os eixos, a malha e o protocolo de construção. Na tela inicial ainda temos a barra de ferramentas:



Cada ícone desta barra tem várias opções, relacionadas com as funções descritas no desenho do ícone. Estas opções são acessadas clicando na seta do canto inferior direito de cada ícone. Exploraremos algumas delas na seqüência, para conhecermos seus nomes e utilidades. A exploração das ferramentas é fundamental para execução dos exercícios.

Para ativar cada função na parte geométrica é necessário primeiro clicar no ícone depois na janela geométrica, conforme instruções do menu de conversação que está localizado ao lado da barra de ferramentas. Faremos o detalhamento de apenas um dos ícones e apresentaremos em seguida todas as opções disponíveis em cada ícone. Durante a realização das atividades, teremos oportunidade de explorar a maioria das ferramentas presentes no programa. Devemos ficar alerta para dois aspectos especiais do programa: o sistema decimal recebe ponto em vez da vírgula, e a cópia de qualquer figura da tela (para colar no Paint, por exemplo) deve ser feita selecionando o que queremos e indo para "arquivo", "exportar", "copiar para a área de transferência (Ctrl+Shift+C)". Neste momento iniciaremos a exploração dos ícones da barra de ferramentas do GeoGebra:





As opções do ícone ponto são as seguintes:

Novo ponto

• A

Para criá-lo você precisa clicar primeiro no ícone, e depois na parte geométrica. O ponto será carregado na tela enquanto o botão do mouse não for solto, só depois disso é que o ponto será criado efetivamente. Durante o movimento, as coordenadas aparecem na parte algébrica, se ela estiver ativada.

Interseção de dois objetos

Pode ser realizada selecionando dois objetos e os pontos de interseção serão marcados. A outra opção é clicar na interseção dos objetos, mas neste caso somente este ponto será marcado.

Ponto médio ou centro



- dois pontos para encontrar o ponto médio;
- em um segmento para encontrar seu ponto médio;
- em uma secção cônica para obter seu centro.

Teremos a seguir a apresentação das opções de cada ícone:



Reta definida por dois pontos



A partir de dois pontos, clicar neste botão e nos pontos dados para construir a reta.

Segmento definido por dois pontos

~

8.0

Dois pontos marcados determinam as extremidades de um segmento, observe que na janela algébrica aparece sua medida.

Segmento com dado comprimento a partir de um ponto

Marca-se a origem do segmento e digita-se a medida desejada para ele, em uma janela que se abre automaticamente.

Semi-reta definida por dois pontos

Traça-se uma semi-reta a partir do primeiro ponto dado, passando pelo segundo.

Vetor definido por dois pontos

~

Criam-se dois pontos e traça-se o vetor com origem no primeiro ponto e ponto final no segundo.

Vetor a partir de um ponto

Construído um vetor, podemos construir um representante deste a partir de um ponto considerado. Para isso, marca-se um ponto (que será a origem do outro representante do vetor), seleciona-se esta ferramenta, clica-se sobre o vetor já construído e, depois, sobre o ponto considerado.



Reta perpendicular



Constrói-se uma reta e um ponto fora dela, clica-se na ferramenta e temos uma perpendicular à reta passando por tal ponto. Isso vale para segmento e semi-reta também.

Reta paralela

Idem à anterior.

Mediatriz



A partir de um segmento, clica-se nele e na ferramenta e ela vai criar uma perpendicular pelo ponto médio.

Bissetriz



Marcando-se três pontos A, B e C, constrói-se a bissetriz do ângulo ABC. Clicando-se sobre as duas linhas concorrentes, já traçadas, constrói-se as bissetrizes dos ângulos determinados pelas linhas.

Tangentes



Podemos construí-las selecionando um cônica c e um ponto A (todas as tangentes a c por A são traçadas) ou selecionando uma linha e uma cônica.

Reta polar ou diametral

A reta polar ou diametral a uma cônica pode ser construída selecionando-se um ponto e uma cônica; ou uma linha ou vetor e uma cônica.

Lugar geométrico

X

Q.

Clica-se em um objeto, como ponto e ativa a ferramenta então podemos conhecer o lugar geométrico deste objeto.







Círculo definido pelo centro e um de seus pontos



Marcando-se um ponto A e outro B, marca-se o círculo com centro em A, passando por B.

Circulo dados centro e raio

 \odot

Marca-se o centro A e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que aparece automaticamente.

Círculo definido por três pontos

0

Marcam-se três pontos não colineares, traça-se o círculo que passa por eles.

Semicírculo dados dois pontos

0

Marcando-se dois pontos A e B, traça-se o semicírculo de diâmetro AB.

Arco circular dados o centro e dois pontos

.)

marcando-se três pontos A, B e C, Traça-se o arco circular com centro A, começando no ponto B e terminando no ponto C.

Arco circuncircular, dados três pontos

?

Essa ferramenta permite traçar um arco circular por três pontos não colineares.

Setor circular dados o centro e dois pontos

4

Marcando-se três pontos A, B e C, traça-se o setor circular com centro A, começando no ponto B e terminando no ponto C.

Setor circuncircular, dados três pontos

5

Marcando-se três pontos não colineares, traça-se um setor circular por esses pontos.

Cônica definida por cinco pontos

0

Marcando-se cinco pontos constrói-se a cônica que passa por eles (a cônica só será definida se quaisquer quatro dos cinco pontos não forem colineares).



Ângulo

5.

Com tal ferramenta podemos traçar ângulo entre três pontos; entre dois segmentos; entre duas retas (ou semi-retas); entre dois vetores ou ainda interiores de um polígono.

Ângulo com amplitude fixa

10

Marcando-se dois pontos e digitando-se a medida desejada para o ângulo, em uma janela que aparece automaticamente.

Distância

cm

Essa ferramenta fornece, na janela algébrica a distância entre dois pontos; duas linhas ou entre um ponto e uma linha. As demais ferramentas que não estão relacionadas aqui são de fácil acesso e ao decorrer da utilização do programa entende-se rapidamente como manipulá-las, portanto partimos agora para as atividades.







Trabalhando conteúdos matemáticos com o GeoGebra

- Sistemas Lineares: através desse programa, podemos introduzir o conceito de Sistemas Lineares abordado na 7º série. Abaixo segue o roteiro da ilustração.



- Clique no ícone seletor e crie 4 seletores;
- Digite na entrada uma função que pode ser chamada de f(x) e faça f(x) = a * x + b;
- Digite mais uma vez na entrada, mesma maneira feita anteriormente, e faça g(x) = c * x + d;
- Clique no ícone "intersecção de dois objetos" e clique nas duas retas que apareceram.

Com essa atividade o conteúdo Sistemas Lineares pode ser abordado da seguinte maneira:

- O professor pode chamar a atenção do aluno quanto ao encontro das duas retas e fazer o aluno perceber que esse encontro nada mais é que a representação da solução do sistema de duas equações.
- Que quando os coeficientes angulares das duas retas são iguais o sistema não possui solução (ou possui infinitas soluções).

• Criar outras situações e solicitar que os alunos as interpretem, ou resolvam.

- Equação do 2º Grau: Ilustração que pode ser trabalhada na 8º série ou no 1º ano do ensino médio.



- Crie 3 seletores;
- Digite no campo de entrada $f(x) = a * x^2 + b * x + c;$
- Marque os pontos de intersecção que a parábola faz com o eixo x;
- Clique no ícone "ponto médio" e clique nos pontos de intersecção que a parábola faz com o eixo x;
- Agora clique no ícone "reta perpendicular" e clique no ponto médio e o eixo x;
- Marque o ponto de intersecção da reta perpendicular criada anteriormente com o vértice da parábola clicando no ícone "intersecção de dois objetos" e clicando na reta e no vértice.
- Clique no ícone "reta perpendicular" e clique no ponto do vértice e o eixo y.
- Clique no ícone "intersecção" e clique nas retas perpendiculares e a parábola.

- Crie segmentos do ponto médio ao vértice e do vértice ao eixo y.
- Oculte as retas que se interceptam no vértice. Clique no ícone "exibir/esconder objeto" e clique nas retas.
- Clique no ícone "inserir texto" e digite: " \triangle " + $(b^2 4ac)$.

Com essa ilustração o professor pode chamar a atenção do aluno quando este movimenta os seletores e vê que a parábola muda sua trajetória, ou seja, muda de quadrante, inverte a concavidade e tem mais ou menos abertura. Em outras palavras, ele pode abordar as propriedades de função do 2º grau como estudo do vértice da parábola, as raízes da equação ou zeros da função polinomial do 2º grau, analisar a função quanto ao sinal, entre outras propriedades.

- Teorema de Pitágoras: a seguir será feita a ilustração da demonstração do Teorema de Pitágoras, conteúdo visto na 8° série.



- Desmarque os eixos clicando com o botão direito e selecionando a opção "desmarcar eixos";
- Construa dois pontos (AeB);

- Crie um segmento por esses dois pontos;
- Agora, vamos criar uma semicircunferência clicando no ícone: "semicírculo definido por dois pontos";
- Marque um ponto na semicircunferência (C);

Existe uma propriedade que diz: um triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo.

- Logo, vamos criar um polígono dentro da semicircunferência criada anteriormente, clicando em polígono definido por três pontos (A - C - B - A).
- Entre as duas retas (ACeCB) desse triângulo feito, crie o ângulo, que será de 90°;
- Desmarque a semicircunferência, clicando sobre ela e com o botão direito clique em "não exibir objeto";

Temos aí um triângulo retângulo que à medida que você move os pontos, para aumentar ou diminuir o triângulo, o ângulo permanece o mesmo. Agora, vamos criar polígonos regulares sobre cada lado desse triângulo retângulo.

Clique no ícone "polígono" e selecione polígono regular: BA – 4, AC – 4, CB – 4. Ou seja, cada lado do triângulo retângulo receberá um polígono regular de 4 lados, nesse caso, um quadrado. Poderia ser um polígono regular com 3 lados ou mais de 4 lados.

Observação: As letras que representam os lados do triângulo retângulo foram renomeadas por isso, fique atento na hora de adicionar o texto para não ocorrer erro. Agora vamos adicionar texto:

- no ícone "ABC (inserir texto)"
- Para o cateto oposto: "b=" + b; "b^2=" + (b²)
- Para o cateto adjacente: "c =" + c;" $c^2 =$ " + (c^2)
- Para a hipotenusa: "a=" + a; "a^2=" + (a^2)
- Soma dos catetos: "b^2+ c^2 =" + $(b^2 + c^2)$
- Soma das áreas: "soma de ÁreaA com ÁreaV="+ ÁreaA + "+"+ ÁreaV + "="+ (ÁreaA + ÁreaV)

Com essa ilustração o professor não vai demonstrar o Teorema de Pitágoras, mas pode fazer o aluno perceber que a propriedade é válida quando os valores são alterados. Além de relembrar as propriedades do triângulo retângulo e a nomenclatura de seus lados. - **Trigonometria**: Esse conteúdo é visto na 8° série e tem uma abordagem mais ampla, no 1° ano do ensino médio. Neste, vamos abordar o ciclo trigonométrico e a lei dos senos e co-senos.

Veja a ilustração a seguir: Ciclo Trigonométrico



- Abra o programa GeoGebra e clique no ícone "círculo definido pelo centro e um de seus pontos". Deixe o círculo variar de -1 a 1.
- Crie uma reta que passa pela origem e um ponto qualquer da circunferência criada.
- Defina o ângulo entre o eixo x e a reta clicando no ícone "ângulo".
- Agora crie retas perpendiculares que passam pelo ponto na circunferência e os eixos x e y. Clique no ícone "reta perpendicular" e depois clique no ponto da circunferência e o eixo x e depois com o eixo y.
- Clique em "intersecção de dois objetos" e marque o ponto de intersecção das retas com o ponto nela.
- Crie segmentos da origem aos pontos.
- Agora oculte os objetos clicando com o botão direito e esquerdo, escolha a opção "ocultar objeto".

- Clique no ícone "setor circular dados o centro e dois pontos" e marque a origem e os dois pontos na circunferência.
- Agora é só configurar os segmentos para que cada um represente o seno e o co-seno.

No conteúdo ciclo trigonométrico, muitas propriedades são abordadas e uma delas é quanto aos valores do seno e co-seno que variam quando um ponto se movimenta na circunferência. O professor pode chamar a atenção do aluno na ilustração quando o valor do ângulo é 90°, 180°, 270° e 0° e vê o comportamento do seno e co-seno no ciclo trigonométrico, ou seja, trabalhar a mudança de quadrante, definir seno e co-seno e outras propriedades nele.

🚰 GeoGebra - LEI.ggb					
	tas Janeia Ajuda	C Mover Arraste um objeto selecionado (1	Esc)	<u>()</u>	
 Objetos Livres × A = (6, 4) B = (6, 0) C = (10, 0) Objetos Dependentes a = 4 b = 600 	LEI DOS SENOS E COSSENOS				
$ \begin{array}{c} \mathbf{D} = 0 \cdot 0 \\ \mathbf{C} = 1 \\ \mathbf{D} = \mathbf{poligono1} = 8 \\ \mathbf{O} = 0 = 9^{0} \\ \mathbf{O} = 1 \\ \mathbf{S} = 1 \\ \mathbf{S} \\ \mathbf{V} = 45^{0} \\ \mathbf{V} = 45^{0} \end{array} $	Lei dos Senos $\frac{sen(A)}{a} = 0.18$ $\frac{sen(B)}{b} = 0.18$ $\frac{sen(C)}{c} = 0.18$	Lei dos Cossenos $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos(C)$ $a^2 = 16$ $b^2 + c^2 - 2bc \cos(A) = 16$	$c = 4$ $B = 90^{\circ}$	b = 5.66 a = 4	
		Clique em um dos pontos e movimente	para observar algumas pro	ipriedades.	

- Lei dos senos e co-senos:

- Clique no ícone "polígono" e clique na janela de ilustração do GeoGebra de modo que forme um triângulo.
- Clique no ícone "ângulo" e clique nos pontos B A C, $C B A \in A C B$.

Para o seno:

- Clique no ícone "inserir texto" e digite: "\frac{ sen(A)} {a } = " + ($sin(\beta)$ / a)

- Clique no ícone "inserir texto" e digite:
 "\frac{ sen(B) }{b } =" + (sin(α) / b)
- Clique no ícone "inserir texto" e digite:
 " \frac{ sen(C) }{c } = " + (sin(γ) / c)

Obs.: Em cada uma dessas etapas marque a caixinha: fórmula látex.

Para o co-seno:

- Clique no ícone "inserir texto" e digite:
 a²=b²+ c² 2bc\,\,\,cos(C)
- Clique no ícone inserir texto e digite:
 a²=" + (a²)
- Clique no ícone "inserir texto" e digite:
 "b^2+ c^2 2bc\,\,,cos(A)=" + (b² + c² 2 b c— cos(γ))

A Lei dos Senos e Co-senos aborda as relações trigonométricas no triângulo retângulo e nessa ilustração o professor pode trabalhar na 8° série a relação de equivalência que há entre os valores de $\frac{\sin A}{a}$, $\frac{\sin B}{b}$ e $\frac{\sin C}{c}$, ou seja que $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ à medida que os valores são alterados essa propriedade prevalece. No ensino médio, aí sim, trabalhar a Lei dos Senos e Co-senos quanto à equivalência vista na 8° série, e determinar um valor de um dos lados, dados dois lados e a ângulo ou dado os três lados e encontrar o ângulo num triângulo qualquer.

-Parábola: Conteúdo abordado no 3º ano do ensino médio e no ensino superior.

- Crie dois pontos.
- Crie uma reta que passa por esses dois pontos.
- Oculte os dois pontos clicando sobre eles e botão direito do mouse em não exibir objeto.
- Crie um ponto sobre essa reta, a reta AB.
- Clique no ícone "reta perpendicular" e clique no ponto criado sobre a reta AB e a reta AB.
- Crie um ponto que fique próximo às duas retas (a reta AB e a reta perpendicular).
- Clique no ícone "reta mediatriz" nos dois pontos.
- Marque os pontos de intersecção que essa reta mediatriz faz com as duas retas.
- Crie um segmento de C a D.



- Marque a intersecção que esse segmento faz com a reta mediatriz.
- Habilite o rastro para o ponto E (intersecção da reta perpendicular com a reta mediatriz) clicando no ponto e com o botão direito do mouse selecione habilitar rastro.

Essa atividade pode ser desenvolvida com os alunos após a definição de Parábola e quando os conteúdos que abordam as cônicas forem trabalhados. O professor pode trabalhar as propriedades que envolvem o conteúdo nessa ilustração.

Proposta de Atividade a ser trabalhada com o GeoGebra

Atividades

*Abra a pasta TEOREMA DE PITÁGORAS.ggb. Observe a figura geométrica a
presentada.

Obs.: A ilustração contida na pasta é a seguinte.

GeoGebra - teo2.ggb	nteo Ionolo Aiudo			
		Arraste um	objeto selecionado (Esc)	<u>()</u>
 Objetos Livres × Objetos Dependentes Objetos Dependentes<!--</th--><th>Cateto Adjacente b=4 b² = 16 O Teorema de Pitágoras diz b² + c² = a² Logo, temos:b² + c² = 36.06</th><th>Cateto Oposto c=4.48 c²=20.06</th><th>A DE PITÁGORAS Hipotenusa a=6.01 a²=36.06 b a⁴ 90*</th><th>a c</th>	Cateto Adjacente b=4 b ² = 16 O Teorema de Pitágoras diz b ² + c ² = a ² Logo, temos:b ² + c ² = 36.06	Cateto Oposto c=4.48 c ² =20.06	A DE PITÁGORAS Hipotenusa a=6.01 a ² =36.06 b a ⁴ 90*	a c
Entrada:			<u>ν</u> α	Comando

1- Associe as informações dessa figura:

Hipotenusa = b Cateto1 = α Cateto2= a Ângulo = c

2- Anote o valor de α inicialmente.

- 3- Indique os valores de a, b e c inicialmente.
- 4- Esse triângulo é retângulo? Justifique.

*Com o mouse do computador mova os pontos verde A e rosa C ao mesmo tempo ou um de cada vez para alterar os valores de a, b e c.

5- Preencha a seguinte tabela, substituindo os valores pedidos em cada item:

Item	a	b	С	a^2	b^2	c^2	$b^2 + c^2$
1	6		4				
2		6	4				
3							
4							

6- O triângulo foi retângulo em todos os itens da tabela? Justifique.

7- Em cada item, o que você observou em relação aos valores de a^2 e de $b^2 + c^2$?.

Outra gama de atividades pode ser criada com uso do software GeoGebra para diversos conteúdos matemáticos.

Ilustrações feitas e que ainda serão apresentadas nesse trabalho terão um papel fundamental na conclusão do mesmo, que é motivar os participantes desse laboratório de informática a construir passo-a-passo, dar sugestões e discutir a aplicabilidade delas em sala de aula.

A seguir duas ilustrações a serem feitas pelos participantes.



- Função Trigonométrica e Ciclo Trigonométrico

- Parábola



Referências

- Borba, M.C. informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (org). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.São Paulo: UNESP, 1999. P. 285 - 295.
- [2] Brandão, L.O.; Isotani, S. (2003) Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: iGeom. In: Workshop de informática na educação, 9., 2003, Campinas: Anais Campinas:UNICAMP, pp.1476-1487.
- [3] PCN (1998) Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Ensino de 5º a 8º séries. Brasília: MEC/SEF.
- [4] PIAGET, Jean. Psicologia e Pedagogia. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.
- [5] <http://www.geogebra.org/cms/>, Acesso em 28 de julho às 14:20
- [6] <http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplica%C3%A7%C3%B5es_do_GeoGebra _ao_ensino_de_Matem%C3%A1tica/Conhecendo_o_GeoGebra >. Acesso em 30 de Julho de 2010 às 15:37
- [7] < http://pt.wikipedia.org/wiki/Geogebra>. Acesso em 30 de Julho de 2010 às 14:23
- [8] < http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf>. Acesso em 30 de Julho de 2010 às 21:34
- [9] <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 30 de Julho de 2010 às 22:56