

ESTUDANDO CURVAS PLANAS VIA CABRI

FABRICIO ALVES OLIVEIRA* & DULCE MARY DE ALMEIDA†

O tópico Curva aparece como parte integrante das ementas de várias disciplinas que compõem a grade curricular ordinária do curso de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, como por exemplo: Geometria Analítica (Cônicas), Cálculo Diferencial e Integral 3 (Funções de uma variável real a valores vetoriais), Cálculo Diferencial e Integral 4 (Integral de Linha), Geometria Diferencial (Curvas parametrizadas planas e espaciais), etc. Esse tema é utilizado como uma fonte poderosa de exemplos e também como um valioso instrumento para o estudo de técnicas matemáticas.

O Cabri-Géomètre II é um programa computacional com fins educacionais que permite construir e explorar objetos geométricos de forma dinâmica, estimulando a investigação dos conceitos geométricos e das propriedades envolvidas na construção, facilitando o levantamento de hipóteses e a formulação de conjecturas.

Neste minicurso pretendemos estudar algumas classes especiais de curvas planas explorando suas propriedades via o dinamismo do programa Cabri-Géomètre II. Abordaremos as **curvas cônicas**, destacando suas propriedades refletoras e refratoras, e também apresentaremos possibilidades de construção dessas curvas através de instrumentos articulados virtuais. Analisaremos algumas curvas planas denominadas **pedais (ou podárias)**, as quais são curvas derivadas de outras curvas segundo o seguinte processo: consideremos uma curva plana C e seja F (o pólo) um ponto fixo do seu plano. Por um ponto qualquer M de C , tracemos a tangente t nesse ponto e a normal n baixada de F . Seja P o pé da normal, isto é, P é a intersecção de n e t . O lugar geométrico descrito por P quando M se desloca sobre C denomina-se podária (ou curva pedal) de C em relação ao pólo F . Neste trabalho, mostraremos, por exemplo, que a podária de uma parábola em relação ao seu vértice é uma **Cissóide de Diocles** (Fig.1), a podária de uma hipérbole equilátera em relação ao seu centro é uma **Lemniscata de Bernoulli** (Fig.2), a podária de uma circunferência em relação a qualquer ponto sobre a circunferência é um **Limaçon de Pascal**, etc. Outras curvas associadas a uma curva dada que serão exploradas neste minicurso são as **roletes, conchóides e cissóides**.

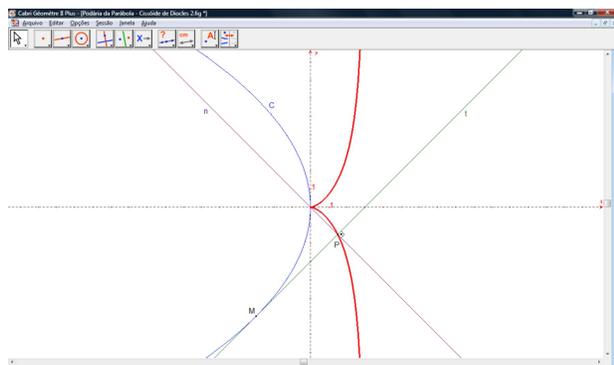


Figura 1: *Cissóide de Diocles*

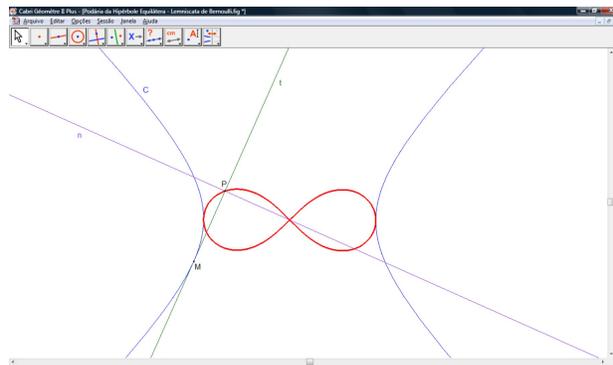


Figura 2: *Lemniscata de Bernoulli*

Além de apresentar possibilidades de construção dessas curvas usando o programa Cabri-Géomètre II, discutiremos, sempre que possível, algumas aplicações das curvas estudadas. Por exemplo, abordaremos dois dos três problemas clássicos da antiguidade: a trisseção do ângulo e a duplicação do cubo. Explicitaremos um método para trisseccionar um ângulo genérico utilizando duas conchóides particulares (Conchóide de Nicomedes e Limaçon de Pascal) e mostraremos como é possível resolver o problema da duplicação de um cubo usando uma **Cissóide de**

*Universidade Federal de Uberlândia - PETMAT, Uberlândia, MG, Brasil, fabricio.pet@gmail.com

†Universidade Federal de Uberlândia - FAMAT, Uberlândia, MG, Brasil, dulce@famat.ufu.br

Diocles. Por fim, discutiremos a respeito de uma classe importante de curvas planas, as **curvas planas convexas de largura constante**, explorando algumas propriedades e mostrando os principais exemplos e aplicações.

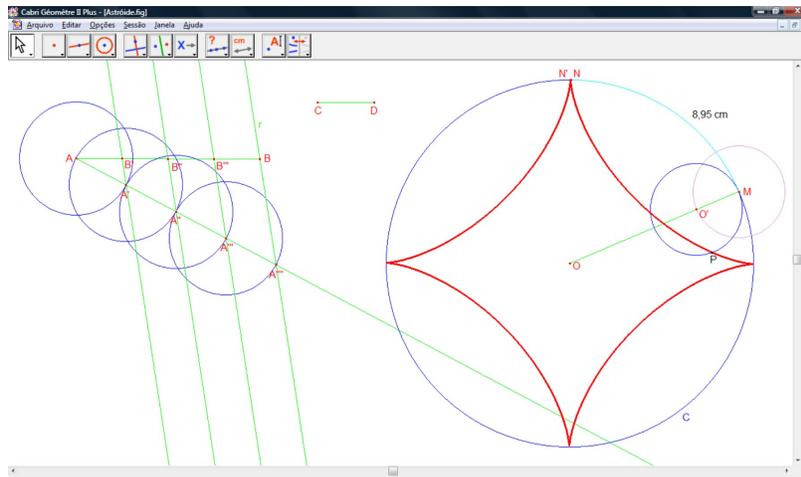


Figura 3: *Astróide: exemplo de uma curva rolete*

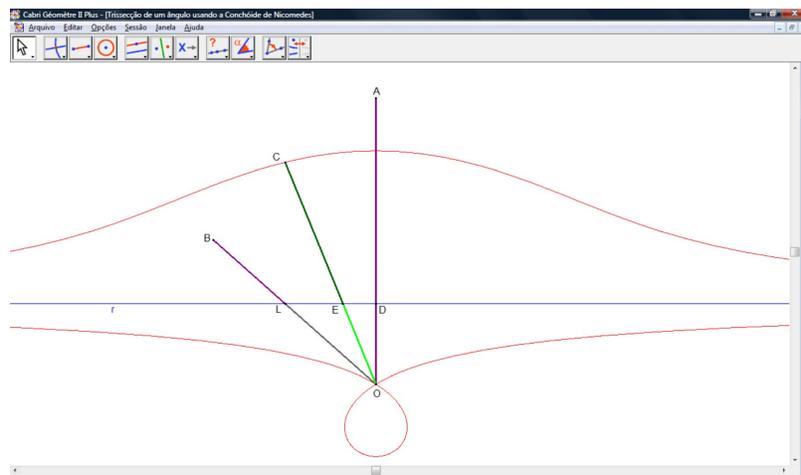


Figura 4: *Trisseção de um ângulo usando a conchóide de Nicomedes*

Referências

- [1] LAWRENCE, J. D. - *A Catalog of Special Plane Curves*, Dover Publications Inc. New York, 1972.
- [2] QUEIROZ, F. C. M., VILLELA, M. F. S., ALMEIDA, D. M. - *CONCHÓIDES: uma introdução*, FAMAT em Revista (UFU), v. 8, p. 97-109, 2007.
- [3] REIS, F. E., ALMEIDA, D. M. - *Um estudo introdutório sobre cissóides*, FAMAT em Revista (UFU), v. 11, p. 263-293, 2008.