

AÇÕES DE GRUPOS E GEOMETRIA

ELIEZER BATISTA *

Resumo: Um dos conceitos mais importantes na matemática moderna certamente é o conceito de grupo. Podemos ver a ubiquidade dos grupos em quase todas as áreas da matemática, como na própria álgebra, na geometria, nas equações diferenciais, na teoria de números, bem como nas ciências naturais, como a física e a química. A idéia principal que confere aos grupos esta importância capital é a noção de simetria. Sempre em ciência tentamos reconhecer padrões e simetrias em nossos objetos de estudo, sejam eles uma molécula, um pêndulo físico, uma equação diferencial, um sólido geométrico, as raízes de uma equação polinomial, etc. A partir do momento em que identificamos as simetrias de nosso sistema, estamos introduzindo um grupo de transformações, ou uma ação de grupo. Uma ação de um grupo em um conjunto é uma função do grupo no conjunto das bijeções daquele conjunto dado de forma que as operações do grupo sejam compatíveis com a composição de funções no conjunto. O grupo é uma abstração deste conjunto de bijeções neste conjunto específico, podemos falar dos elementos de um grupo de maneira intrínseca, auto-contida, sem qualquer referência a um conjunto externo onde ele age. Esta é a perspectiva da maioria dos livros de álgebra existentes na atualidade. No entanto, no nível das aplicações, os grupos somente são relevantes quando “encarnados”, em grupos de transformações. Nosso objetivo neste minicurso é esclarecer melhor esta inter relação entre o ponto de vista abstrato, do grupo como uma estrutura existente por si própria, e o ponto de vista concreto, do grupo agindo em outros conjuntos como bijeções. Para tornarmos esta discussão interessante e motivadora, pretendemos abordar vários aspectos da geometria afim e projetiva sob o ponto de vista de ações de grupos.

*Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, ebatista@mtm.ufsc.br