

UM BREVE PASSEIO AO INFINITO REAL DE CANTOR

MARIA GORETE CARREIRA ANDRADE *

O objetivo desse trabalho é apresentar, de maneira introdutória, uma exposição sobre o conceito de infinito real (ou em ato) de Cantor. Cantor mostrou que conjuntos infinitos não têm todos o mesmo tamanho (potência, cardinalidade), fazendo a diferenciação entre conjuntos enumeráveis e conjuntos não enumeráveis. Cantor provou que o conjunto dos números racionais \mathbb{Q} é enumerável (com cardinalidade igual à do conjunto dos números naturais \mathbb{N} , denotada por \aleph_0) e o conjunto dos números reais \mathbb{R} é não enumerável (com cardinalidade, denotada por \mathfrak{c} , maior que a de \mathbb{N}). Na demonstração de que \mathbb{R} é não enumerável foi utilizado o célebre argumento da diagonal de Cantor ou método diagonal. Cantor desenvolveu o seu conceito de Infinito Absoluto, que identificava a Deus. Os conceitos matemáticos inovadores propostos por Cantor enfrentaram uma resistência significativa por parte da comunidade matemática da época. Os matemáticos modernos, por seu lado, aceitam plenamente o trabalho desenvolvido por Cantor na sua Teoria dos Conjuntos, reconhecendo-a como uma mudança de paradigma da maior importância. Cantor, além de provar de uma forma simples e genial que existiam pelo menos duas cardinalidades de infinitos, formulou a hipótese do continuum que diz que não existem conjuntos de potência intermediária entre \aleph_0 e \mathfrak{c} . Nos últimos anos de vida, Cantor tentou provar, sem o conseguir, essa hipótese e morreu demente, num hospício, em 1918. Somente em 1963, Paul Cohen mostrou que a Hipótese do Continuum era independente de todos os axiomas da Teoria dos Conjuntos. Poderia ser tomada tanto verdadeira como falsa. Cantor foi um gênio, renegado pelas suas descobertas, por Kronecker e Poincaré, dentre outros, mas também admirado por grandes matemáticos, como David Hilbert autor da célebre frase: “Ninguém nos expulsará do paraíso que Georg Cantor abriu para nós”. Neste trabalho apresentamos uma breve exposição sobre o infinito real de Cantor, o conceito de números cardinais infinitos, uma introdução à aritmética cardinal e a hipótese do contínuo.

Referências

- [1] Aczel, A. D.; O Mistério do Alef: A Matemática, a Cabala e a Procura do Infinito, Editora Globo, 2003.
- [2] Delahaye, J. P.; *O infinito é um paradoxo na matemática?*, Scientific American Brasil, Especial Especial “As diferentes faces do infinito”, número 15, pp. 15-23.
- [3] Izar, S., Tadini, W.M.; Teoria Axiomática dos Conjuntos, Ed. UNESP, 1994.
- [4] Lipshutz, L., Topologia Geral, Coleção Schaum, Ed. Macgraw-Hill, 1973.
- [5] Lipshutz, L., Teoria dos Conjuntos, Coleção Schaum, Ed. Macgraw-Hill, 1972.