O Limite fundamental da Trigonometria

A relação entre o "comprimento" da circunferência e o diâmetro de um círculo qualquer é constante e será representada por π. O cálculo do π surgiu da necessidade de encontrar a área do círculo. Portanto o cálculo do π é necessário para o cálculo da área e do volume de figuras e sólidos que contenham o círculo, tais como o cilindro, o cone, a esfera e sólidos de revolução de um modo geral.

Todas as civilizações, antigas e atuais, encontraram um valor aproximado para ele. Os Babilônicos encontraram $\pi = 3\ 1/8$, os egípcios $\pi = 3{,}14$; o grego Arquimedes utilizando polígonos regulares inscritos e circunscritos mostrou que $370/71 < \pi < 310/70$. Os hindus encontraram $\pi = 3{,}1416$; os árabes $\pi = 3{,}1415626535747932$. A Europa no século XVII encontrou uma expressão, dada por Viète, para calcular o valor de π com qualquer aproximação, dada por:

$$2/\pi = \sqrt{1/2}\ \sqrt{(1/2+1/2\ \sqrt{1/2})}\sqrt{([1/2+1/2\sqrt{(1/2+1/2\sqrt{1/2})})]}\ldots$$

Viète Foi o primeiro matemático a encontrar uma expressão para o cálculo de π. Posteriormente, com o computador, no século XX, o π foi calculado com 10 milhões de casas decimais.

Todas as formas anteriores para calcular o valor do π, inclusive a expressão de Viète, embora de imensa importância, não serve de fundamento para construirmos os conceitos de limites e conseqüentemente o de derivada das funções trigonométricas. Para isto é necessário uma expressão literária e não numérica. É impressionante demais como uma expressão relativamente simples de ser encontrar ainda não conste nos livros de cálculo. Tem-se que ela não foi encontrada, o que é improvável, ou não foi disseminada. De qualquer forma eu apresento agora uma equação literária para o π, de grande importância teórica para a análise das funções trigonométricas, conseguida com esforços próprios.

O teorema que demonstro é o seguinte: A relação entre o comprimento da circunferência de um círculo e o seu diâmetro é constante para todos os círculos e vale

$$\Pi = \lim\ n\ \mathrm{sen}(180°/n).$$

Demonstro-o usando polígonos regulares inscritos. Após isto, concluo com um simples corolário que lim sent/t = 1, quando t tende a zero, **t** em radiano. Encontro também uma expressão numérica para o cálculo de π, semelhante à de Viète.