

UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO DIFERENCIAL
4ª LISTA DE EXERCÍCIOS – PERÍODO 2012.1

1. Considere f a função definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & \text{para } x \neq 1 \\ 3 & , \text{ para } x = 1 \end{cases}$.

Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ e decida se f é contínua em $a = 1$.

2. Seja f uma função real contínua, definida em torno do ponto $a = 1$, tal que $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$, para todo $x \neq 1$. Quanto vale $f(1)$? Por quê?
3. Determine o valor de k , de modo que cada uma das funções dadas abaixo seja contínua no ponto indicado.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{para } x \neq 2 \\ k & , \text{ para } x = 2 \end{cases}$, no ponto $a = 2$;

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}, & \text{para } x > 0 \text{ e } x \neq 3 \\ k & , \text{ para } x = 3 \end{cases}$, no ponto $a = 3$.

4. Seja f a função dada por $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 1}$, se $x \neq -1$, com $f(-1) = 2$.

f é contínua no ponto -1 ? E no ponto 0 ? Por quê?

5. Dê exemplo de uma função f , definida em $\mathbb{R}$, que não seja contínua no ponto 2 , mas que satisfaça $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

6. A afirmação “ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \Rightarrow f$ é contínua em a ” é verdadeira?

7. Seja f uma função satisfazendo $|f(x)| \leq x^2$, para todo x em $\mathbb{R}$. Mostre que f é contínua no ponto 0 .

8. Encontre os pontos de descontinuidade da função f , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3}{5}, & \text{para } x \leq 1 \\ 6 - 5x, & \text{para } 1 < x < 3 \\ x - 3, & \text{para } x \geq 3 \end{cases}$$

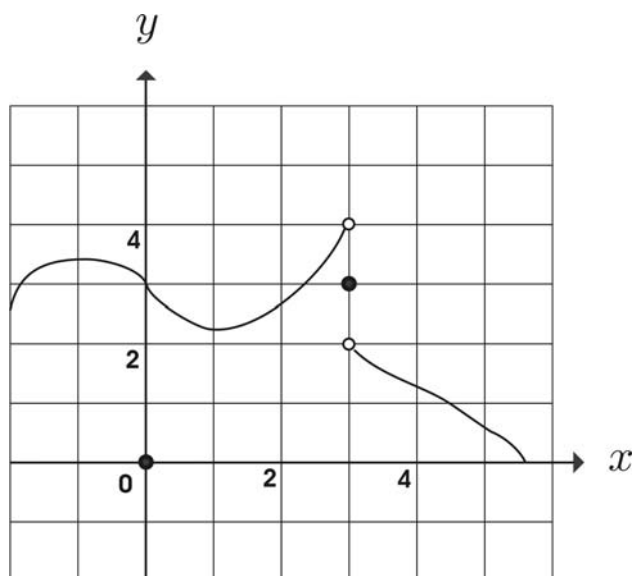
9. Nos exercícios 9a) → 9d), esboce o gráfico da função dada e diga se ela é contínua no ponto indicado.

$$9a) f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{para } x > 1 \\ x^2, & \text{para } x \leq 1 \end{cases}, a = 0; \quad 9b) f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}, a = -1;$$

$$9c) f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{|x-2|}, & \text{para } x \neq 2 \\ 1, & \text{para } x = 2 \end{cases}, a = 0;$$

$$9d) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } x < 0 \\ \llbracket x \rrbracket, & \text{para } x \geq 0 \end{cases}, a = 1, \text{ onde } \llbracket x \rrbracket \text{ representa "o maior inteiro que não supera } x", \text{ ou, equivalentemente, "o maior inteiro menor ou igual a } x".$$

10. Se f é a função cujo gráfico encontra-se esboçado abaixo, determine:



a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$;

c) $f(3)$.

f é contínua no ponto 0?

E no ponto 3?

11. Existe um número α capaz de fazer com que $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + \alpha x + \alpha + 3}{x^2 + x - 2}$ exista?

12. Uma companhia ferroviária cobra R\$10,00 por km, para transportar um vagão até uma distância de 200km, cobrando ainda R\$8,00 por cada km que exceda a 200. Além disso, essa mesma companhia cobra uma taxa de serviço de R\$1.000,00 por vagão, independentemente da distância a percorrer.

Determine a função que representa o custo para transportar um vagão a uma distância de x km e esboce seu gráfico. Essa função é contínua para $x = 200$?

13. Uma fábrica é capaz de produzir 15.000 unidades de um certo produto, em um turno de 8 horas de trabalho. Para cada turno de trabalho, sabe-se que existe um custo

fixo de R\$2.000,00, relativo ao consumo de energia elétrica. Supondo-se que, por unidade produzida, o custo variável, dado o gasto com matéria prima e salários, é de R\$2,00, determine a função que representa o custo total para a fabricação de x unidades e esboce seu gráfico. A função encontrada é contínua para $0 \leq x \leq 45.000$?

14. Um estacionamento cobra R\$3,00 pela primeira hora, ou parte dela, e R\$2,00 por hora sucessiva, ou parte, até o máximo de R\$10,00. Esboce o gráfico do custo do estacionamento como uma função do tempo decorrido e analise as descontinuidades dessa função.

15. Prove que a equação $x^5 + x + 1 = 0$ tem pelo menos uma raiz no intervalo $[-1, 0]$.

16. Prove que a equação $x^3 - 4x + 2 = 0$ admite três raízes reais distintas.

17. Se $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{para } -2 \leq x < 0 \\ -x^2 - 2, & \text{para } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$, existe $\alpha \in [-2, 2]$ tal que $f(\alpha) = 0$?

Este fato contradiz o Corolário do Teorema do Valor Intermediário?

⊕ ⊕ ⊕ ⊕