

UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO DIFERENCIAL
3ª LISTA DE EXERCÍCIOS – PERÍODO 2012.1

1. Nos exercícios **1a) → 1p)**, calcule o limite de $f(x)$, quando $x \rightarrow a$.

1a) $f(x) = 2x + 5, a = -7$

1b) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3x+1}+1}, a = 0$

1c) $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}, a = -5$

1d) $f(x) = \frac{-2x - 4}{x^3 + 2x^2}, a = -2$

1e) $f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x+3} - 2}, a = 1$

1f) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{x + 1}, a = -1$

1g) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}, a = 1$

1h) $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}, a = 9$

1i) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x}, a = 0$

1j) $f(x) = \frac{x^2 + 8x - 20}{x^2 - x - 2}, a = 2$

1k) $f(x) = \frac{1 - \sqrt{1+x}}{\sqrt{x-1} - x}, a = 3$

1l) $f(x) = \frac{x^4 - 2x + 1}{x^3 + 2x^2 + 1}, a = 1$

1m) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{x - 2}, a = 2$

1n) $f(x) = \frac{(3 - x^3)^4 - 16}{x^3 - 1}, a = 1$

1o) $f(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}}, a = 1$

1p) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+2} - 1}{x + 1}, a = -1$

2. Se f é uma função definida em $\mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, mostre que

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = 3$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x} = 0$

3. Se $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x^2} = 1$, calcule $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x}$.

4. Sabendo-se que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 3$, determine $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

5. Se φ é uma função tal que $1 - \frac{x^2}{4} \leq \varphi(x) \leq 1 + \frac{x^2}{2}, \forall x \neq 0$, calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x)$.

6. Sejam f e g funções com mesmo domínio D , satisfazendo $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ e $|g(x)| \leq M, \forall x \in D$, onde M é um número real positivo.

Use o Teorema do Sanduíche para mostrar que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = 0$.

7. Se g é a função definida por $g(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x \leq 0 \\ -1, & \text{para } x > 0 \end{cases}$, existe $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$?

E $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x)$ existe?

8. Nos exercícios **8a**) $\rightarrow$ **8j**), calcule o limite de $f(x)$ quando $x \rightarrow a_-$ e quando $x \rightarrow a_+$.

$$\mathbf{8a)} \quad f(x) = \frac{x+3}{x+2}, a = -2$$

$$\mathbf{8b)} \quad f(x) = \frac{x}{(x-2)^2}, a = 2$$

$$\mathbf{8c)} \quad f(x) = \frac{2-x}{(1-x)^3}, a = 1$$

$$\mathbf{8d)} \quad f(x) = \frac{x^2-4}{|x-2|}, a = 2$$

$$\mathbf{8e)} \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x+5}-\sqrt{5}}{x}, a = 0$$

$$\mathbf{8f)} \quad f(x) = (x+3)\frac{|x+2|}{x+2}, a = -2$$

$$\mathbf{8g)} \quad f(x) = \frac{\sqrt{2x(x-1)}}{|x-1|}, a = 1$$

$$\mathbf{8h)} \quad f(x) = \frac{x+3}{|x^2-9|}, a = -3$$

$$\mathbf{8i)} \quad f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}, a = 1$$

$$\mathbf{8j)} \quad f(x) = \frac{x+2}{|x^2-4|}, a = -2$$

9. Calcule $\lim_{x \rightarrow 2_+} \sqrt{x-2}$. Existe $\lim_{x \rightarrow 2_-} \sqrt{x-2}$?

10. Nos exercícios **10a**) $\rightarrow$ **10z**), calcule os limites indicados.

$$\mathbf{10a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{1}{x}$$

$$\mathbf{10b)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_-} \frac{1}{x}$$

$$\mathbf{10c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{1}{x^2}$$

$$\mathbf{10d)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_-} \frac{1}{x^2}$$

$$\mathbf{10e)} \quad \lim_{x \rightarrow 3_+} \frac{5}{x-3}$$

$$\mathbf{10f)} \quad \lim_{x \rightarrow 3_-} \frac{5}{x-3}$$

$$\mathbf{10g)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{2x+1}{x}$$

$$\mathbf{10h)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_-} \frac{x-3}{x^2}$$

$$\mathbf{10i)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{3}{x^2-x}$$

$$\mathbf{10j)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_-} \frac{3}{x^2-x}$$

$$\mathbf{10k)} \quad \lim_{x \rightarrow 3_+} \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$$

$$\mathbf{10l)} \quad \lim_{x \rightarrow -1_+} \frac{2x+1}{x^2+x}$$

$$\mathbf{10m)} \quad \lim_{x \rightarrow 0_+} \frac{2x+1}{x^2+x}$$

$$\mathbf{10n)} \quad \lim_{x \rightarrow -1_+} \frac{3x^2-4}{1-x^2}$$

$$\mathbf{10o)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4+3x+2)$$

$$\mathbf{10p)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4-3x+2)$$

$$\mathbf{10q)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^3+2x+1)$$

$$\mathbf{10r)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3+2x+1)$$

$$\mathbf{10s)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (5-4x+x^2-x^5) \quad \mathbf{10t)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (5-4x+x^2-x^5) \quad \mathbf{10u)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3-6x+1}{6x^3+2}$$

$$\mathbf{10v)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3-6x+1}{6x^2+x+3}$$

$$\mathbf{10x)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-x}{3+2x}$$

$$\mathbf{10z)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x+3}$$